



TESIS - SM 142501

KONTROL FORMASI PADA SISTEM BEBERAPA DUBINS PESAWAT DENGAN ADANYA PEMIMPIN

ASMIANTO

NRP 0611 1650 012 012

DOSEN PEMBIMBING:

Dr.Hariyanto, M.Si

Dr.Miswanto, M.Si

PROGRAM MAGISTER

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA

INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER

SURABAYA

2018



THESIS - SM 142501

FORMATION CONTROL OF MULTIPLE DUBINS AIRPLANE SYSTEM WITH THE PRESENCE OF A LEADER

ASMIANTO

NRP 0611 1650 012 012

SUPERVISOR:

Dr.Hariyanto, M.Si

Dr.Miswanto, M.Si

MASTER PROGRAM

DEPARTMENT OF MATHEMATICS

FACULTY OF MATHEMATICS, COMPUTING, AND DATA SCIENCE

SEPULUH NOPEMBER INSTITUTE OF TECHNOLOGY

SURABAYA

2018

Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si.)

di

Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:

ASMIANTO

NRP. 0611 1650 012 012

Tanggal Ujian : 23 Juli 2018

Periode Wisuda : September 2018

Disetujui oleh:



Dr. Hariyanto, M.Si.

NIP 19530414 198203 1 002

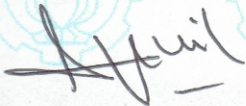
(Pembimbing I)



Dr. Miswanto, M.Si.

NIP 19680204 199303 1 002

(Pembimbing II)



Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si.

NIP 19660414 199102 2 001

(Penguji)



Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si.

NIP 19730930 199702 1 001

(Penguji)



Dr. Dieky Adzkiya, S.Si., M.Si.

NIP 19830517 200812 1 003

(Penguji)



Dekan FMKSD,

Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc.

NIP: 19650605 198903 1 002

KONTROL FORMASI PADA SISTEM BEBERAPA DUBINS PESAWAT DENGAN ADANYA PEMIMPIN

Nama Mahasiswa : Asmianto
NRP : 0611 1650 012 012
Pembimbing : 1. Dr.Hariyanto, M.Si
2. Dr.Miswanto, M.Si

Abstrak

Kontrol formasi merupakan hal yang sangat penting untuk multi agen sistem (*Swarm*). Pada tesis ini dibahas formasi kontrol pada Dubins pesawat yang terdiri dari tiga pesawat dimana satu pesawat sebagai *leader* dan dua pesawat lain bergerak mengikuti pergerakan pesawat yang berperan sebagai *leader*. Pertama, dilakukan desain kontrol pesawat yang berperan sebagai *leader* menggunakan metode *Tracking Error Dynamics*. Kontrol pada pesawat yang berperan sebagai *leader* dilakukan agar *tracking* pesawat mengikuti lintasan yang diinginkan dan lintasan berupa fungsi parametrik. Kedua, metode pendekatan geometri digunakan untuk mendesain dua pesawat lain agar bergerak mengikuti lintasan pesawat yang berperan sebagai *leader* dengan jarak tertentu. Dari hasil simulasi *tracking* pesawat yang berperan sebagai *leader* selama 10 detik dengan pengamatan setiap 0,5 detik pada detik ke-1 *tracking* pesawat sudah dapat berada dalam lintasan dan mampu mempertahankan *tracking* agar tetap dalam lintasan hingga akhir. Error yang sudah didefinisikan sebagai jarak antara lintasan pesawat yang berperan sebagai *leader* dengan lintasan yang diinginkan tergantung juga pada bentuk lintasan, semakin susah lintasan semakin susah pula *tracking* pesawat yang berperan sebagai *leader* dalam melintasinya. Dari hasil simulasi juga menunjukkan bahwa besarnya Mean Percentage Error (MPE) sebesar 26,93 persen. Hal ini menunjukkan bahwa metode yang digunakan pada tesis ini cukup efektif baik yang digunakan untuk desain kontrol *leader* maupun *follower*.

Kata-kunci: Model swarm, Dubins Airplane, *Tracking Error*, Simulasi Numerik.

FORMATION CONTROL OF MULTIPLE DUBINS AIRPLANE SYSTEM WITH THE PRESENCE OF A LEADER

Name : Asmianto
NRP : 0611 1650 012 012
Supervisors : 1. Dr.Hariyanto, M.Si
2. Dr.Miswanto, M.Si

Abstract

Control of formation is very important for multi agent systems (Swarm). In this thesis analyze about formation of the controls on the Dubins airplane that consists of three airplane, where one airplane as the leader and two other airplane move to follow airplane track as the leader. First, Do the design the airplane controls that act as a leader using the method of tracking error dynamics. Controls on the leader following the trajectory tracking that desired. The desired path in the form of parametric functions. Second, the method of geometric approaches used to design two other airplane so that the move follows the path of the airplane as the leader with a certain distance. From tracking simulation result of the leader airplane for 10 seconds with every 0,5 second observation, it is obtained that in the first second, airplane tracking has been on the track and remains the tracking to be on the track till the end. Therefore, error has been defined as the distance between the path of the airplane as the leader with the desired path while tracking also depends on the shape of the path. The more difficult trajectory tracking of airplane also serves as a leader in passing through it. From the results of the simulations also indicate that the value of the Mean Percentage Error (MPE) of 26.93 percent. This suggests that the methods used in this thesis quite effective either used to control design leader or follower.

Key-words: Model of Swarm, Dubins Airplane, Tracking Error, Numerical Simulation

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya, sehingga penulis diberikan suatu kesempatan untuk menyelesaikan tesis yang berjudul

”Kontrol Formasi pada Sistem Beberapa Dubins Pesawat dengan Adanya Pemimpin”.

tesis ini dibuat untuk memenuhi salah satu syarat dalam memperoleh gelar Magister Program Strata-2 Departemen Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Penyusunan tesis ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. oleh karena itu, pada kesempatan ini, penulis menyampaikan terima kasih kepada pihak-pihak tersebut diantaranya:

1. Rektor Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
2. Dekan Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
3. Kepala Departemen Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
4. Kepala Program Studi Strata-2 Departemen Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
5. Dr. Hariyanto, M.Si. dan Dr. Miswanto, M.Si. selaku dosen pembimbing dalam penyelesaian tesis.
6. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si., Dr. Didik Khusnul Arif, M.Si., dan Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si. selaku dosen penguji dalam penyelesaian tesis ini.
7. Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si. selaku dosen wali selama menempuh program studi Strata-2
8. Sang wali tanpa nama dan tanpa gelar yang tak lain adalah kedua orang tuaku. Semoga njenengan tansah pinaringan kesehatan ugi limpahan rahmat saking Allah SWT. Aamiin ya robbal 'alamiin.
9. Kakak kandung dan kakak iparku yang senantiasa mendukung dan mendo'akanku setiap waktu. matur nuwon sanget nggih. Mugi sekeluarga selalu diberikan keberkahan baik di dunia maupun di akhirat. Aamiin..

10. Bu nyai, Asatidz dan Asatidzah Pondok pesantren darussalam keputih surabaya, matur sembah nuwon atas ilmu dan didikan yang diberikan selama ini. insyaAllah bermanfaat dan barokah dunia Akhirat. Aamiin...
11. dulur-dulurku santri darussalam keputih surabaya, matur nuwon sanget karena selama ini selalu mengingatkan akan kewajiban menuntut ilmu dan pentingnya mengatur niat, sehingga terasa tiada hari yang sia-sia dan tidurpun terasa lebih bermakna.hehe
12. Teman-teman seperjuangan di Program Studi Magister Matematika. Terimakasih banyak atas segala sesuatunya yang telah diberikan selama menjalani perkuliahan Strata-2.
13. Staff Pasca Sarjana Matematika, Mbak Resty dan Mas Afif. Terimakasih banyak atas bantuan dalam menginformasikan keperluan administrasi dan bersedia menampung keluhan kesah penulis selama proses penyelesaian tesis hingga kelulusan.
14. Kakak dan Adik angkatan di Program Studi Magister Matematika, serta semua pihak yang telah memberikan do'a dan dukungannya kepada penulis, yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Penulis menyadari bahwa dalam tesis ini masih terdapat kelemahan dan kekurangan, oleh karena itu penulis sangat terbuka menerima saran dan ide demi kesempurnaan penulisan selanjutnya. Penulis berharap semoga tesis ini dapat bermanfaat bagi pembaca, dan semua yang telah dikerjakan ini mendapat ridho dari Allah SWT.

Surabaya, Agustus 2018

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PERSETUJUAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan Penelitian	2
1.5 Manfaat Penelitian	2
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI	3
2.1 Penelitian-Penelitian Terkait	3
2.2 Agent dan Multi-Agent System	3
2.2.1 Agent	4
2.2.2 Multi-Agent System.....	4
2.3 <i>Swarm Intelligence</i>	5
2.4 Optimal Control System (Sistem Kontrol Optimal)	5
2.5 Dubins pesawat	6
BAB 3 METODE PENELITIAN	9
3.1 Tahapan Penelitian	9
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN	11
4.1 Desain kontrol pada Leader menggunakan tracking error dinamis	11
4.2 Desain kontrol pada pesawat yang berperan sebagai Follower menggunakan pendekatan geometri	16
4.2.1 Desain kontrol pesawat yang berperan sebagai follower ke-1.	17
4.2.2 Desain kontrol pesawat yang berperan sebagai follower ke-2.....	19
4.3 Simulasi Numerik	21

BAB 5	KESIMPULAN DAN SARAN	49
5.1	Kesimpulan	49
5.2	Saran	49
DAFTAR PUSTAKA		51
BIOGRAFI PENULIS		53

BAB 1

PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan latar belakang yang mendasari penelitian ini. Didalamnya terdapat penelitian terdahulu yang terkait dan identifikasi permasalahan, yang kemudian dirumuskan permasalahan yang akan dibahas, tujuan penelitian dan manfaat dari penelitian ini.

1.1 Latar Belakang

Swarm adalah fenomena alam yang terjadi pada sekelompok hewan yang saling bekerja sama untuk mencapai suatu tujuan. Sebagai contoh pada sekelompok burung, *swarming* adalah metode dari perpindahan burung itu sendiri karena perubahan musim. Dengan *swarming* burung dapat mempertahankan spesies mereka. Biasanya *swarming* terjadi pada seasonal basis atau pada musim-musim tertentu. Masing-masing anggota *swarm* disebut agent yang bergerak menurut kontrol systemnya(Pranoto,2006).Pada akhir-akhir tahun ini, penelitian tentang *mobile robot* sangatlah berkembang pesat. Hal ini dikarenakan *mobile robot* semakin dibutuhkan oleh dunia industri. Diantaranya untuk mengakses tempat-tempat yang berbahaya seperti tugas kemiliteran, pembuangan nuklir dan lain-lain.

Tracking merupakan salah satu permasalahan yang menantang pada *mobile robot*. Beberapa peneliti telah mendiskusikan desain kontrol *mobile robot* agar bergerak pada lintasan yang diinginkan. Seperti contoh dalam meneliti sebuah kapal, peneliti fokus agar lintasan kapal tetap dalam lintasan yang diinginkan. Beberapa peneliti mendiskusikan tentang kontrol permukaan kapal agar tetap dalam lintasan yang diinginkan [3],[4].Pada penelitian [3] Penulis mempelajari masalah *tracking* pada permukaan kapal menggunakan Adaptive control. Kontrol dilakukan secara terus menerus hingga waktu yang telah ditetapkan. Pada penelitian [1] penulis mempelajari kontrol formasi pada *swarm* dimana agentnya adalah mobil. Agent dari *swarm* bergerak mengikuti *tracking* lintasan yang telah ditentukan. Penulis juga memperhitungkan salah satu agent pada *swarm* bertindak sebagai leader. Dan selanjutnya dengan pendekatan geometri agent yang lain didesain agar mengikuti lintasan leader dengan jarak tertentu.

Pada tesis ini, dibangun suatu kontrol formasi *swarm* dengan pesawat sebagai agentnya. Jumlah agent terdiri dari 3 agent sehingga terbentuklah suatu multi agent, dimana salah satu agent berperan sebagai leader sedangkan agent yang lain dikontrol agar dapat mengikuti lintasan leader. Kontrol pada leader didesain agar *tracking* dari leader mengikuti lintasan yang telah ditentukan dengan menggunakan *tracking error dynamics*. Sedangkan untuk agent yang lain di kontrol dengan menggunakan pendekatan geometri agar bisa mengikuti lintasan leader dengan jarak tertentu. Selain itu pada tesis ini juga

dihitung *tracking* error antara lintasan leader dengan lintasan yang diinginkan.

1.2 Rumusan Masalah

Adapun permasalahan yang dibahas dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana mendesain kontrol *tracking* pesawat agar tetap dalam lintasan yang diinginkan dan berperan sebagai *leader* dengan menggunakan metode *Tracking Error Dynamics*?
2. Bagaimana mendesain kontrol *tracking* pesawat lain agar mengikuti lintasan *leader* dengan jarak tertentu melalui pendekatan geometri?

1.3 Batasan Masalah

Dalam penelitian tesis ini diberikan beberapa batasan masalah dengan rincian sebagai berikut.

1. Kecepatan Pesawat konstan.
2. Faktor-faktor yang mengganggu gerak pesawat diabaikan.
3. Pesawat bergerak pada bidang 2 dimensi (ketinggian konstan)
4. jumlah pesawat ada 3
5. Posisi awal pesawat yang berperan sebagai *follower* ke-1 tidak sama dengan posisi awal *follower* ke-2

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam perencanaan penelitian tesis ini adalah sebagai berikut.

1. Mendesain kontrol *tracking* pesawat yang berperan sebagai *leader* agar dapat melintasi lintasan yang diinginkan.
2. Mendesain kontrol *tracking* pesawat lain (*follower*) agar mengikuti lintasan pesawat yang berperan sebagai *leader* dengan jarak tertentu.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian tesis ini adalah diperoleh suatu metode yang efektif dengan error yang kecil dan bisa diterapkan pada berbagai macam *swarm*. Selain itu metode kontrol ini juga bisa diterapkan pada *mobile robot* agar bisa digerakkan sesuai dengan keinginan kita terutama untuk akses yang sulit dan daerah berbahaya seperti kemiliteran, pembuangan nuklir dan lain sebagainya.

BAB 2

KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

Pada Bab ini dijelaskan mengenai penelitian sebelumnya dan juga dasar teori yang menunjang pembahasan tesis ini diantaranya : Agent dan multi agent system, Swarm Intelligent, Sistem kontrol optimal dan dubins airplane.

2.1 Penelitian-Penelitian Terkait

Penelitian sebelumnya (pranoto, 2006) tentang model *swarm* 2 partikel di R dan R^2 dengan menggunakan optimal kontrol sistem telah menunjukkan lintasan optimum pada masing-masing partikel dengan menggunakan metode *pontryagin maximum principle*. Model yang digunakan bersifat kontinu dan dirancang agar kedua partikel tidak saling bertemu. Dalam penelitian lain (Miswanto, 2012), Dibahas formasi kontrol pada *swarm* dimana agennya adalah *dubins car*. Multi agen bergerak mengikuti lintasan yang telah ditentukan, dengan salah satu agen didesain sebagai leadernya. Pertama, didesain kontrol leader dengan menggunakan *tracking error dynamics*. Kontrol pada leader didesain agar *tracking* sesuai dengan lintasan yang diinginkan. Setelah itu, dengan menggunakan pendekatan geometri dilakukan kontrol pada agen yang lain agar dapat mengikuti agen(leader) dengan jarak tertentu.

2.2 Agent dan Multi-Agent System

Penelitian dan pengembangan agent dan Multi Agent System (MAS) sudah dimulai sekitar 20 tahun yang lalu. Berawal dari penelitian suatu cabang ilmu *Artificial Intelegent* (AI) lahirlah cabang ilmu besar yang merupakan turunan AI yaitu *Distributed Artificial Intelegent* (DAI) yang antara lain, membawahi tiga bidang penelitian *Distributed Problem Solving* (DPS), *Parallel Artificial Intelligent* (PAI), dan Multy Agent System (MAS). (Wahono, 2001). Sudah menjadi hal yang diketahui umum bahwa masalah *learning*, *intelligence*, dan juga *proactivity* serta *reactivity* adalah bidang garapan AI klasik. Kemudian penelitian dalam bidang DAI pada umumnya adalah berkisar ke masalah koordinasi, komunikasi dan kerjasama (cooperation) antar agen dalam *Multi Agent System* (MAS). Berdasarkan kamus Websters New World Dictionary, *Agent* didefinisikan sebagai seseorang atau sesuatu yang mempunyai kemampuan untuk melakukan suatu tugas atau pekerjaan dalam kapasitas untuk sesuatu atau untuk orang lain. Sedangkan *Multi Agent System* (MAS) adalah suatu komunitas sistem dimana terdapat beberapa agen yang saling berinteraksi, bernegosiasi dan berkoordinasi satu sama lain dalam menjalankan suatu pekerjaan (Wahono, 2001). Agen-agen tersebut saling bekerja sama untuk menyelesaikan suatu masalah yang ditugaskan kepadanya. Banyak penelitian telah dilakukan melalui pengamatan terhadap

fenomena alam, seperti perilaku hewan serangga, untuk dijadikan sebagai sumber inspirasi dalam pembuatan agen. Salah satu hewan yang menjadi obyek pengamatan adalah semut. Koloni semut diketahui mampu menemukan jalur terpendek dari sarang mereka ke sumber makanan dan kembali lagi. Selanjutnya kita mengenal lebih dalam tentang konsep agent dan multi-agent itu sendiri.

2.2.1 Agent

Agent harus memiliki kemampuan untuk mengenal dan menerima informasi dari luar (perception), dan selanjutnya melakukan aksi (action). Manusia menerima sesuatu dari lingkungannya, dengan melihat, mendengar atau dengan rasa. Apa yang diterimanya melalui proses filter, sehingga dapat juga menolak sesuatu. Intelligent Agent harus memiliki juga kemampuan menerima informasi dari lingkungannya. Informasi itu bisa diterima dengan menggunakan sensor. Intelligent Agent juga dapat mengirimkan pesan permintaan informasi ke agent lainnya. Agent harus dapat melihat dengan baik normal event (mouse movement) dari significant event (double click). Jika Intelligent Agent bekerja untuk memonitor email atau newsgroup, agent tersebut harus dapat mengetahui jika menerima dokumen baru. Kemampuan untuk memperhatikan atau mengenal informasi yang tersembunyi dalam data merupakan hal yang sulit. Karena membutuhkan intelligence dan pengetahuan. Hal ini lah yang disebut dengan perceptive. Action Setelah agent tersebut memiliki kemampuan perceptive dalam mengenal informasi yang diterimanya, agent harus dapat mengambil action. Action yang dilakukan bisa saja dengan tidak bereaksi atau bisa dengan mengirimkan pesan ke agent lainnya. Seperti manusia yang bereaksi dengan cara berbicara atau mengirimkan email untuk berkomunikasi dengan orang-orang yang ada di lingkungannya.

2.2.2 Multi-Agent System

Dari pembahasan diatas bisa terlihat bagaimana intelligent agent dapat membantu kerja manusia. Jika banyak hal yang harus ditangani dalam sebuah sistem, maka dibutuhkan banyak orang yang mengerjakannya. Begitupun dengan agent. Semakin luas sistem yang ditangani, maka dibutuhkan beberapa agent. Hal inilah yang disebut Multi-agent System. Ketika satu agent ingin berkomunikasi dengan agent lainnya, dapat dilakukan dengan berbicara langsung, tentunya dengan bahasa yang sama. Terdapat level bahasa dasar agent, pertama syntax dan format pesan, kemudian yang kedua adalah meaning and semantics. Ketika sintaks sulit dipahami, tetapi semantics tidak. Contohnya ketika dua orang saling bercakap-cakap dan saling tidak memahami antar satu dengan lainnya, karena yang satu membicarakan tentang kapal laut, sedangkan seorang lainnya berbicara tentang kapal terbang. Maka diperlukan shared vocabulary dan artinya. Shared vocabulary itu disebut ontology. Tiap bidang dan hal memiliki ontology, contohnya automobile ontology, computer ontology dan lain-lain.

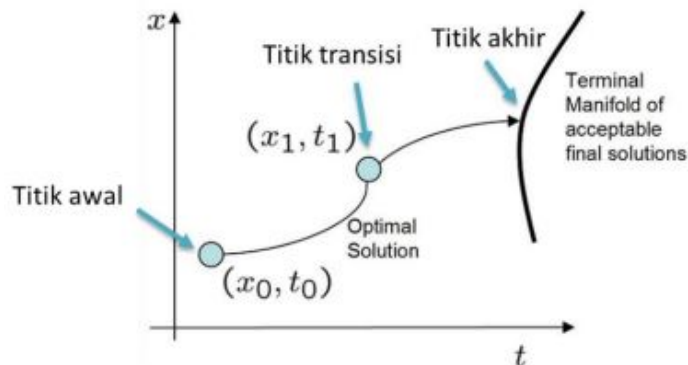
2.3 *Swarm Intelligence*

Swarm Intelligence adalah disiplin keilmuan dari sistem cerdas yang berhubungan dengan sistem alami dan buatan, yang terdiri dari banyak individu (populasi) yang berkoordinasi menggunakan konsep kontrol desentralisasi (kecerdasan sosial dalam berkelompok) dan self-organized (kecerdasan personal/ terorganisir secara mandiri). Swarm Intelligence secara singkat bisa juga disebut sebagai kecerdasan berkelompok. Masing-masing algoritma Swarm Intelligence memiliki keunikan tersendiri, dan bisa dipastikan setiap mekanismenya yang ada pasti ada kelebihan dan keterbatasannya. Misal PSO yang diinspirasi dari sekawanan burung dan ACO dari sekawanan semut, dan ABC dari lebah. Menurut Bonabeau (1999), kehidupan alami sekelompok hewan biasanya tidak memiliki pemimpin secara formal sewaktu melakukan pekerjaan bersama. Namun masing-masing individu dari komunitas tersebut dengan sendirinya (naluri) mampu menempatkan dirinya sendiri untuk melakukan peran tertentu dalam menyelesaikan pekerjaan bersama. Hal yang sering dijadikan contoh dalam konsep kerja swarm ini adalah proses terjadinya migrasi atau perpindahan sekawanan burung lintas iklim ke belahan benua lainnya. Komunitas burung yang sedang bermigrasi ini tidaklah sedikit, namun mencapai ratusan bahkan ribuan ekor. Jarak yang ditempuh selama terbang pun juga kadang mencapai ribuan kilometer. Dari adanya rintangan jarak yang begitu jauh ini, tentu faktor energi dari tubuh burung untuk keperluan terbang menjadi satu hambatan utama. Di sinilah kemudian muncul kemampuan alamiah sekelompok komunitas burung migrasi ini yang saling bekerja sama untuk menghemat energi. Ternyata ratusan burung tersebut membentuk formasi-formasi tertentu ketika terbang, misalnya membentuk formasi V. Di dalam jurnal Nature 505, Muijres dan Dickinson (2014) menyatakan kesimpulan dalam penelitiannya bahwa burung yang bermigrasi dengan membuat koreografi terbang tertentu akan membuat burung mampu menghemat energi dan sekaligus membuat waktu tempuh perjalanan mereka lebih efisien. Penghematan energi ini dilakukan dengan memanfaatkan gelombang energi dari kepakan sayap kawan di sebelah samping-depannya. Inspirasi inilah yang membuat ilmuwan tertarik untuk merancang kecerdasan buatan (intelligence) yang berbasis pada perilaku komunitas hewan. Sehingga diperoleh kesimpulan oleh Bonabeau (1999) bahwa inti dari prinsip swarm intelligence adalah perilaku kolektif, terdesentralisasi dan berkemampuan self-organizing.

2.4 *Optimal Control System (Sistem Kontrol Optimal)*

Sistem Kontrol Optimal adalah konsep optimasi sistem kontrol yang memperhitungkan pemilihan indeks atau kriteria performansi serta desain yang akan menghasilkan sistem kontrol optimal dalam batas-batas kendala fisik. Indeks performansi didefinisikan sebagai suatu fungsi yang harganya menunjukkan seberapa baik performansi sistem yang sebenarnya mendekati performansi yang diinginkan. Pada sebagian kasus praktis perilaku sistem dioptimalkan dengan memilih vektor kontrol sedemikian rupa sehingga indeks performansi diminimumkan dan atau dimaksimumkan. Secara garis besar teori

kontrol optimal adalah suatu teori kontrol yang pencarian solusinya didasarkan pada usaha untuk meminimumkan atau memaksimalkan suatu fungsi indeks kinerja. Fungsi ini terdiri dari beberapa buah variabel sistem yang diminimasi harganya dengan memberikan matrik bobot yang menyatakan besarnya pembobotan untuk masing-masing variabel sistem tersebut. Pada sumber lain disebutkan, Sistem Kontrol Optimal merupakan sebuah sistem yang terdiri atas satu atau beberapa peralatan yang berfungsi untuk mengendalikan sistem lain yang berhubungan dengan sebuah proses untuk mendapatkan hasil paling baik yang dapat dicapai dengan memperhatikan kondisi dan kendala pada sistem tersebut (Hasan, 1998). Dalam *optimal control system*, istilah optimal seringkali merujuk pada minimal. Misalnya meminimalkan energi, input, waktu, kesalahan dll. Ada dua pendekatan kontrol dalam penyelesaian *mobile robot* yaitu stabilisasi untuk tetap pada formasi dan tracking pada lintasan. Prinsip utama dari teori kontrol berbasis prinsip optimalitas yaitu: Jika solusi optimal untuk masalah kontrol melewati suatu titik transisi (x_1, t_1) , maka solusi optimal untuk masalah kontrol yang sama yang berasal dari titik awal (x_0, t_0) menuju titik akhir (x_f, t_f) adalah merupakan kelanjutan jalur yang sama melewati titik transisi.



Gambar 2.1: Ilustrasi trayektori lintasan solusi masalah kontrol optimal dengan prinsip optimalitas

Trayektori keadaan dimana dapat memenuhi batasan variabel keadaan selama selang $[t_0, t_f]$ merupakan trayektori yang dapat diterima/admissible trajectory.

2.5 Dubins pesawat

Dubins adalah model lintasan yang merupakan jalur terpendek yang menghubungkan dua konfigurasi dalam pesawat di bawah kendala yang terikat pada kelengkungan lintasan. Lintasan pada dubins pesawat lebih kompleks dibandingkan dengan lintasan dubins mobil karena pada lintasan dubins pesawat terdapat unsur ketinggian. Seperti dideskripsikan oleh [Chitsaz dan lavelle, 2007] terdapat 3 kasus dengan kondisi yang berbeda pada dubins pesawat tergantung ketinggian awal dan konfigurasinya, panjang lintasan pada dubins pesawat dan batas lintasan penerbangan γ . tiga kasus

telah didefinisikan [Chitsaz dan lavelle, 2007] menjadi *low altitude*, *medium altitude* dan *high altitude*. Dalam buku Fossen 2011 model dinamik pesawat didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= u_i \cos \theta_i + v_i \sin \theta_i \\ \dot{y}_i &= -u_i \sin \theta_i + v_i \cos \theta_i \\ \dot{\theta}_i &= w_i \\ \dot{u}_i &= a_i \\ \dot{v}_i &= b_i \\ \dot{w}_i &= c_i\end{aligned}$$

dimana $(x_i, y_i) \in R^2$ merepresentasikan posisi pesawat dan $\theta_i \in [0, 2\pi]$ merepresentasikan orientasi pergerakan pesawat u_i merepresentasikan kecepatan pesawat dalam gerak depan/belakang, v_i merepresentasikan kecepatan pesawat dalam gerak samping kiri/kanan sedangkan w_i merepresentasikan kecepatan pesawat untuk manuver dan $a_i, b_i, c_i > 0$.

BAB 3

METODE PENELITIAN

Metode penelitian ini diawali dengan studi literatur, Penentuan lintasan untuk pesawat yang berbentuk fungsi parametrik, Desain kontrol pesawat yang berperan sebagai *leader*, Desain kontrol pesawat lain agar mengikuti lintasan *leader* dengan jarak tertentu, Simulasi numerik tracking oleh pesawat yang berperan sebagai *leader* terhadap lintasan yang diinginkan, serta Tracking error antara lintasan pesawat yang berperan sebagai *leader* dengan lintasan yang diinginkan.

3.1 Tahapan Penelitian

Tahapan yang dilakukan dalam penelitian adalah:

1. Studi Literatur : Pada tahap ini dikumpulkan beberapa referensi yang mendukung penelitian baik dari buku, jurnal, artikel ataupun referensi lain yang mendukung penelitian terkait.
2. Penentuan Lintasan Pesawat : Pada tahap ini dibangun lintasan pesawat untuk tracking pesawat yang berperan sebagai *leader*. Lintasan pesawat berbentuk fungsi parametrik.
3. Desain kontrol pesawat yang berperan sebagai *leader* : Desain kontrol pesawat yang berperan sebagai *leader* menggunakan metode *tracking error dynamics*. tujuan dari dilakukan kontrol adalah agar tracking pesawat yang berperan sebagai *leader* mampu melintasi lintasan yang diinginkan.
4. Desain kontrol pesawat lain yang mengikuti lintasan *leader* (follower): Pendekatan geometri dilakukan untuk mendesain pesawat lain agar gerakan pesawat mengikuti lintasan pesawat yang berperan sebagai *leader* sehingga posisi dan orientasi pesawat dapat dikontrol tergantung pesawat yang berperan sebagai *leadernya*. Pesawat lain terdiri dari dua pesawat dan masing-masing pesawat didesain sendiri-sendiri. sehingga dua pesawat lain mampu mengikuti lintasan pesawat yang berperan sebagai *leader* dengan jarak tertentu.
5. Simulasi Numerik : Pada tahap ini dilakukan simulasi numerik tracking pesawat yang berperan sebagai *leader* terhadap lintasan yang diinginkan. Selain itu ditunjukkan seberapa besar *error* yang terjadi pada *tracking* pesawat yang berperan sebagai *leader* dengan lintasan yang diinginkan dalam kurun waktu tertentu. Serta simulasi tracking pesawat lain yang berperan sebagai *follower* yang didesain agar mengikuti lintasan pesawat yang berperan sebagai *leader* dengan jarak tertentu.

BAB 4

PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai formasi 3 pesawat yang mana satu pesawat sebagai *leader* dan pesawat yang lain sebagai *follower*. Lintasan yang dilalui pesawat berbentuk fungsi parametrik. Setelah lintasan sudah terbentuk maka dilakukan desain kontrol pada pesawat yang berperan sebagai *leader* dengan menggunakan metode tracking error dinamis. Setelah desain kontrol pada leader selesai maka dilanjutkan dengan mendesain kontrol pada dua pesawat lain yang berperan sebagai *follower* dengan menggunakan pendekatan geometri agar lintasan pesawat yang berperan sebagai *follower* bisa mengikuti pergerakan pesawat yang berperan sebagai *leader* dengan jarak tertentu.

4.1 Desain Kontrol pada Leader menggunakan Tracking Error Dinamis

Tracking error dinamis merupakan salah satu metode yang biasa digunakan untuk mengontrol sebuah objek. Misalnya mobil, kapal, pesawat dan lain-lain. Metode ini merupakan hasil dari pendekatan fungsi eksponen negatif. Dengan mempertimbangkan sistem dubins pesawat yang dideskripsikan sebagai berikut:

$$\dot{x}_i = u_i \cos \theta_i + v_i \sin \theta_i$$

$$\dot{y}_i = -u_i \sin \theta_i + v_i \cos \theta_i$$

$$\dot{\theta}_i = w_i$$

$$\dot{u}_i = a_i \quad a_i, b_i, c_i > 0 \quad (4.1)$$

$$\dot{v}_i = b_i$$

$$\dot{w}_i = c_i$$

dimana ;

i mendefinisikan jumlah pesawat ($i = 1,2,3.$)

$(x_i, y_i) \in R^2$ mendefinisikan posisi pesawat ke- i .

$\theta_i \in [0, 2\pi]$ mendefinisikan orientasi dari pergerakan pesawat.

u_i mendefinisikan kecepatan linier pesawat untuk gerakan kedepan dan belakang

v_i mendefinisikan kecepatan linier pesawat untuk gerak kesamping, sedangkan

w_i mendefinisikan kecepatan anguler pesawat untuk manuver.

Pada tesis ini lintasan yang diinginkan untuk dilalui γ berbentuk fungsi parametrik. Lintasan dinotasikan dengan $\gamma(t) = (\gamma_x(t), \gamma_y(t))$.

Desain kontrol pada *leader* dengan menggunakan tracking error dinamis dilakukan untuk meminimumkan tracking error agar tracking pesawat tetap berada pada lintasan yang diinginkan.

$$\text{Adapun definisi error adalah } e(t) = [x_1(t) - \gamma_x(t), y_1(t) - \gamma_y(t)]^T \quad (4.2)$$

Dengan error merupakan jarak atau selisih antara posisi pesawat dengan lintasan yang diinginkan. Sedangkan untuk mengetahui besarnya perubahan error tiap satuan waktu dapat ditentukan dengan cara mendifferensialkan $e(t)$. Sehingga didapat,

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= [\dot{x}_1(t) - \dot{\gamma}_x(t), \dot{y}_1(t) - \dot{\gamma}_y(t)]^T \\ &= [u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 - \dot{\gamma}_x(t), -u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t)]^T. \end{aligned} \quad (4.3)$$

dan

$$\begin{aligned} \ddot{e}(t) &= [\ddot{x}_1(t) - \ddot{\gamma}_x(t), \ddot{y}_1(t) - \ddot{\gamma}_y(t)]^T \\ &= [(\dot{u}_1 \cos \theta_1 - u_1 w_1 \sin \theta_1) + (\dot{v}_1 \sin \theta_1 + v_1 w_1 \cos \theta_1) - \ddot{\gamma}_x(t), (-\dot{u}_1 \sin \theta_1 - u_1 w_1 \cos \theta_1) + (\dot{v}_1 \cos \theta_1 + v_1 w_1 \sin \theta_1) - \ddot{\gamma}_y(t)]^T. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Setelah itu, didefinisikan tracking error dinamis dengan $F = [f_1, f_2]^T$ dan $f_i = (e_i, \dot{e}_i) = 0$, dimana $i = 1, 2$.

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \dot{e}_1(t) + k_1 e_1(t) \\ f_2(t) &= \dot{e}_2(t) + k_2 e_2(t) \end{aligned} \quad (4.5)$$

k_1 dan k_2 merupakan konstanta positif

$$\begin{aligned} \dot{f}_1(t) &= \ddot{e}_1(t) + k_1 \dot{e}_1(t) \\ \dot{f}_2(t) &= \ddot{e}_2(t) + k_2 \dot{e}_2(t) \end{aligned} \quad (4.6)$$

dengan menggunakan persamaan (4.1), (4.2), (4.3), (4.4), (4.5) dan (4.6) dapat dibentuk kontrol u_1 , v_1 dan w_1 . Berikut cara untuk mendapatkannya,

❖ Mendapatkan control u_1

$$f_1(t) = \dot{e}_1(t) + k_1 e_1(t) = 0$$

$$\begin{pmatrix} u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 - \dot{\gamma}_x(t) + k_1(x_1(t) - \gamma_x(t)) \\ -u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t) + k_1(y_1(t) - \gamma_y(t)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$u_1 \cos \theta_1 = -v_1 \sin \theta_1 + \dot{\gamma}_x(t) - k_1(x_1(t) - \gamma_x(t))$$

$$u_1 \sin \theta_1 = v_1 \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t) + k_1(y_1(t) - \gamma_y(t))$$

$$u_1 = \frac{v_1 \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t) + k_1(y_1(t) - \gamma_y(t))}{\sin \theta_1} \quad (4.7)$$

$$u_1 = \frac{-v_1 \sin \theta_1 + \dot{\gamma}_x(t) - k_1(x_1(t) - \gamma_x(t))}{\cos \theta_1} \quad (4.8)$$

Dengan cara mengalikan persamaan (4.7) dengan $\sin^2(\theta_1)$ dan persamaan (4.8) dengan $\cos^2(\theta_1)$ didapat,

$$u_1 \sin^2 \theta_1 = \frac{(\sin^2 \theta_1)(v_1 \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t) + k_1(y_1(t) - \gamma_y(t)))}{\sin \theta_1}$$

$$u_1 \sin^2 \theta_1 = v_1 \cos \theta_1 \sin \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t) \sin \theta_1 + k_1(y_1(t) \sin \theta_1 - \gamma_y(t) \sin \theta_1) \quad (4.9)$$

$$u_1 \cos^2 \theta_1 = \frac{(\cos^2 \theta_1)(-v_1 \sin \theta_1 + \dot{\gamma}_x(t) - k_1(x_1(t) - \gamma_x(t)))}{\cos \theta_1}$$

$$u_1 \cos^2 \theta_1 = -v_1 \sin \theta_1 \cos \theta_1 + \dot{\gamma}_x(t) \cos \theta_1 - k_1(x_1(t) \cos \theta_1 - \gamma_x(t) \cos \theta_1). \quad (4.10)$$

Dengan cara menjumlahkan persamaan (4.9) dan (4.10) didapat,

$$u_1 \sin^2 \theta_1 + u_1 \cos^2 \theta_1 = \dot{\gamma}_x(t) \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t) \sin \theta_1 - k_1 x_1(t) \cos \theta_1 + k_1 y_1(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \cos \theta_1 - k_1 \gamma_y(t) \sin \theta_1$$

$$u_1 (\sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1) = \dot{\gamma}_x(t) \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t) \sin \theta_1 - k_1 x_1(t) \cos \theta_1 + k_1 y_1(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \cos \theta_1 - k_1 \gamma_y(t) \sin \theta_1$$

$$u_1 (1) = \dot{\gamma}_x(t) \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t) \sin \theta_1 - k_1 x_1(t) \cos \theta_1 + k_1 y_1(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \cos \theta_1 - k_1 \gamma_y(t) \sin \theta_1$$

$$u_1 = \dot{\gamma}_x(t) \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t) \sin \theta_1 - k_1 x_1(t) \cos \theta_1 + k_1 y_1(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \cos \theta_1 - k_1 \gamma_y(t) \sin \theta_1 \quad (4.11)$$

Sehingga didapat kontrol u_1 untuk pesawat yang berperan sebagai *leader* sebagaimana persamaan (4.11). Dengan cara yang sama maka control v_1 bisa didapatkan sebagai berikut,

❖ Mendapatkan control v_1

$$f_1(t) = \dot{e}_1(t) + k_1 e_1(t) = 0$$

$$\begin{pmatrix} u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 - \dot{\gamma}_x(t) + k_1(x_1(t) - \gamma_x(t)) \\ -u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t) + k_1(y_1(t) - \gamma_y(t)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$v_1 \sin \theta_1 = \dot{\gamma}_x(t) - u_1 \cos \theta_1 - k_1(x_1(t) - \gamma_x(t)) \quad (4.12)$$

$$v_1 \cos \theta_1 = \dot{\gamma}_y(t) + u_1 \sin \theta_1 - k_1(y_1(t) - \gamma_y(t)) \quad (4.13)$$

Dengan cara mengalikan persamaan (4.12) dengan $\sin^2(\theta_1)$ dan persamaan (4.13) dengan $\cos^2(\theta_1)$ didapat:

$$v_1 \sin^2 \theta_1 = \frac{\sin^2 \theta_1 (\dot{\gamma}_x(t) - u_1 \cos \theta_1 - k_1(x_1(t) - \gamma_x(t)))}{\sin \theta_1}$$

$$v_1 \sin^2 \theta_1 = \dot{\gamma}_x(t) \sin \theta_1 - u_1 \cos \theta_1 \sin \theta_1 - k_1(x_1(t) \sin \theta_1 - \gamma_x(t) \sin \theta_1) \quad (4.14)$$

$$v_1 \cos^2 \theta_1 = \frac{\cos^2 \theta_1 (\dot{\gamma}_y(t) + u_1 \sin \theta_1 - k_1(y_1(t) - \gamma_y(t)))}{\cos \theta_1}$$

$$v_1 \cos^2 \theta_1 = \dot{\gamma}_y(t) \cos \theta_1 + u_1 \sin \theta_1 \cos \theta_1 - k_1(y_1(t) \cos \theta_1 - \gamma_y(t) \cos \theta_1) \quad (4.15)$$

Dengan cara menjumlahkan persamaan (4.14) dan (4.15) didapat;

$$\begin{aligned} v_1 \sin^2 \theta_1 + v_1 \cos^2 \theta_1 &= \\ \dot{\gamma}_x(t) \sin \theta_1 + \dot{\gamma}_y(t) \cos \theta_1 - k_1 x_1(t) \sin \theta_1 - k_1 y_1(t) \cos \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \sin \theta_1 + \\ k_1 \gamma_y(t) \cos \theta_1 & \\ v_1 (\sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1) &= \\ \dot{\gamma}_x(t) \sin \theta_1 + \dot{\gamma}_y(t) \cos \theta_1 - k_1 x_1(t) \sin \theta_1 - k_1 y_1(t) \cos \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \sin \theta_1 + \\ k_1 \gamma_y(t) \cos \theta_1 & \\ v_1 (1) &= \\ \dot{\gamma}_x(t) \sin \theta_1 + \dot{\gamma}_y(t) \cos \theta_1 - k_1 x_1(t) \sin \theta_1 - k_1 y_1(t) \cos \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \sin \theta_1 + \\ k_1 \gamma_y(t) \cos \theta_1 & \\ v_1 &= \\ \dot{\gamma}_x(t) \sin \theta_1 + \dot{\gamma}_y(t) \cos \theta_1 - k_1 x_1(t) \sin \theta_1 - k_1 y_1(t) \cos \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \sin \theta_1 + \\ k_1 \gamma_y(t) \cos \theta_1 & \end{aligned} \quad (4.16)$$

Persamaan (4.16) merupakan kontrol v_1 untuk pesawat yang berperan sebagai *leader*. Setelah itu dapat kita dapatkan kontrol w_1 dengan cara sebagai berikut,

❖ Mendapatkan control w_1

$$\dot{f}_1(t) = \ddot{e}_1(t) + k_1 \dot{e}_1(t) = 0$$

$$\begin{pmatrix} \dot{u}_1 \cos \theta_1 - u_1 w_1 \sin \theta_1 + \dot{v}_1 \sin \theta_1 + v_1 w_1 \cos \theta_1 - \ddot{\gamma}_x(t) + k_1 (u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 - \dot{\gamma}_x(t)) \\ -\dot{u}_1 \sin \theta_1 - u_1 w_1 \cos \theta_1 + \dot{v}_1 \cos \theta_1 - v_1 w_1 \sin \theta_1 - \ddot{\gamma}_y(t) + k_1 (-u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t)) \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$u_1 \cos \theta_1 - u_1 w_1 \sin \theta_1 + \dot{v}_1 \sin \theta_1 + v_1 w_1 \cos \theta_1 - \ddot{\gamma}_x(t) + k_1 (u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 - \dot{\gamma}_x(t)) = 0 \quad (4.17)$$

$$-u_1 \sin \theta_1 - u_1 w_1 \cos \theta_1 + v_1 \cos \theta_1 - v_1 w_1 \sin \theta_1 - \ddot{y}(t) + k_1 \left(-u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1 - \dot{y}(t) \right) = 0 \quad (4.18)$$

Dengan cara mengalikan persamaan (4.17) dengan $u_1^2 \sin^2 \theta_1 - v_1^2 \cos^2 \theta_1$ dan persamaan (4.18) dengan $u_1^2 \cos^2 \theta_1 - v_1^2 \sin^2 \theta_1$ didapat:

$$w_1 (u_1^2 \sin^2 \theta_1 - v_1^2 \cos^2 \theta_1) = \frac{(u_1^2 \sin^2 \theta_1 - v_1^2 \cos^2 \theta_1)(\dot{u}_1 \cos \theta_1 - \dot{v}_1 \sin \theta_1 + \ddot{x}(t) + k_1(u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 - \dot{x}(t)))}{u_1 \sin \theta_1 - v_1 \cos \theta_1}$$

$$w_1 (u_1^2 \sin^2 \theta_1 - v_1^2 \cos^2 \theta_1) = (u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1)(\dot{u}_1 \cos \theta_1 - \dot{v}_1 \sin \theta_1 + \ddot{x}(t) + k_1(u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 - \dot{x}(t))) \quad (4.19)$$

$$w_1 (u_1^2 \cos^2 \theta_1 - v_1^2 \sin^2 \theta_1) = \frac{(u_1^2 \cos^2 \theta_1 - v_1^2 \sin^2 \theta_1)(-\dot{u}_1 \sin \theta_1 + \dot{v}_1 \cos \theta_1 - \ddot{y}(t) + k_1(-u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1 - \dot{y}(t)))}{u_1 \cos \theta_1 - v_1 \sin \theta_1}$$

$$w_1 (u_1^2 \cos^2 \theta_1 - v_1^2 \sin^2 \theta_1) = (u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1)(-\dot{u}_1 \sin \theta_1 + \dot{v}_1 \cos \theta_1 - \ddot{y}(t) + k_1(-u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1 - \dot{y}(t))) \quad (4.20)$$

Dengan menjumlahkan persamaan (4.19) dan (4.20) didapat:

$$w_1 (u_1^2 \sin^2 \theta_1 - v_1^2 \cos^2 \theta_1 + u_1^2 \cos^2 \theta_1 - v_1^2 \sin^2 \theta_1) = (u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1)(\dot{u}_1 \cos \theta_1 - \dot{v}_1 \sin \theta_1 + \ddot{x}(t) + k_1(u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 - \dot{x}(t))) + (u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1)(-\dot{u}_1 \sin \theta_1 + \dot{v}_1 \cos \theta_1 - \ddot{y}(t) + k_1(-u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1 - \dot{y}(t)))$$

$$w_1 (u_1^2 (\sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1) - v_1^2 (\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1)) = (u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1)(\dot{u}_1 \cos \theta_1 - \dot{v}_1 \sin \theta_1 + \ddot{x}(t) + k_1(u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 - \dot{x}(t))) + (u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1)(-\dot{u}_1 \sin \theta_1 + \dot{v}_1 \cos \theta_1 - \ddot{y}(t) + k_1(-u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1 - \dot{y}(t)))$$

$$w_1 (u_1^2 (1) - v_1^2 (1)) = (u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1)(\dot{u}_1 \cos \theta_1 - \dot{v}_1 \sin \theta_1 + \ddot{x}(t) + k_1(u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 - \dot{x}(t))) + (u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1)(-\dot{u}_1 \sin \theta_1 + \dot{v}_1 \cos \theta_1 - \ddot{y}(t) + k_1(-u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1 - \dot{y}(t)))$$

$$w_1 = \frac{(u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1)(\dot{u}_1 \cos \theta_1 - \dot{v}_1 \sin \theta_1 + \ddot{x}(t) + k_1(u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 - \dot{x}(t))) + (u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1)(-\dot{u}_1 \sin \theta_1 + \dot{v}_1 \cos \theta_1 - \ddot{y}(t) + k_1(-u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1 - \dot{y}(t)))}{(u_1^2 - v_1^2)} \quad (4.21)$$

dengan,

$$u_1 = \dot{x}(t) \cos \theta_1 - \dot{y}(t) \sin \theta_1 - k_1 x_1(t) \cos \theta_1 + k_1 y_1(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \cos \theta_1 - k_1 \gamma_y(t) \sin \theta_1$$

dan

$$v_1 =$$

$$\dot{\gamma}_x(t) \sin \theta_1 + \dot{\gamma}_y(t) \cos \theta_1 - k_1 x_1(t) \sin \theta_1 - k_1 y_1(t) \cos \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_y(t) \cos \theta_1$$

Sehingga didapat model dinamik pesawat yang berperan sebagai *leader* dengan adanya kontrol sebagai berikut;

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = & (\dot{\gamma}_x(t) \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t) \sin \theta_1 - k_1 x_1(t) \cos \theta_1 + k_1 y_1(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \cos \theta_1 - \\ & k_1 \gamma_y(t) \sin \theta_1) \cos \theta_1 + (\dot{\gamma}_x(t) \sin \theta_1 + \dot{\gamma}_y(t) \cos \theta_1 - k_1 x_1(t) \sin \theta_1 - k_1 y_1(t) \cos \theta_1 + \\ & k_1 \gamma_x(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_y(t) \cos \theta_1) \sin \theta_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 = & -(\dot{\gamma}_x(t) \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t) \sin \theta_1 - k_1 x_1(t) \cos \theta_1 + k_1 y_1(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \cos \theta_1 - \\ & k_1 \gamma_y(t) \sin \theta_1) \sin \theta_1 + (\dot{\gamma}_x(t) \sin \theta_1 + \dot{\gamma}_y(t) \cos \theta_1 - k_1 x_1(t) \sin \theta_1 - k_1 y_1(t) \cos \theta_1 + \\ & k_1 \gamma_x(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_y(t) \cos \theta_1) \cos \theta_1 \end{aligned}$$

$$\dot{\theta}_1 = \frac{(u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1)(\dot{u}_1 \cos \theta_1 - \dot{v}_1 \sin \theta_1 + \ddot{\gamma}_x(t) + k_1(u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 - \dot{\gamma}_x(t))) + (u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1)(-\dot{u}_1 \sin \theta_1 + \dot{v}_1 \cos \theta_1 - \ddot{\gamma}_y(t) + k_1(-u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t)))}{(u_1^2 - v_1^2)}$$

$$\dot{u}_1 = a_1 \quad a_1, b_1, c_1 > 0 \quad (4.22)$$

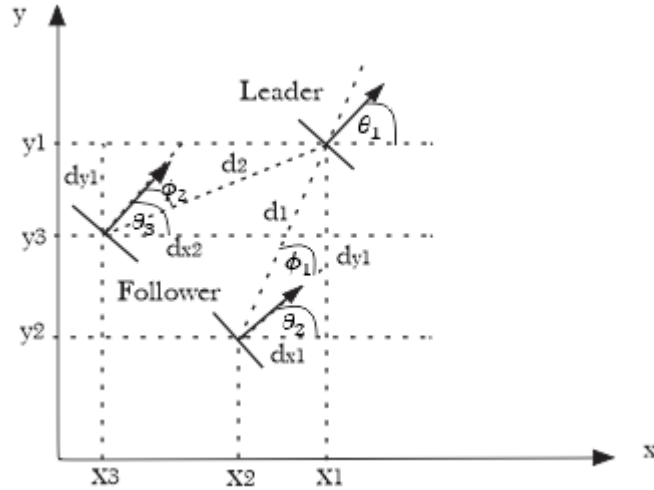
$$\dot{v}_1 = b_1$$

$$\dot{w}_1 = c_1$$

Persamaan (4.22) merupakan sistem dinamik pesawat yang berperan sebagai *leader* ketika sudah diberikan kontrol. Pemberian kontrol diberikan agar pesawat yang berperan sebagai *leader* dapat melakukan tracking pada lintasan yang diinginkan dengan error semimum mungkin.

4.2 Desain Kontrol pada Pesawat yang Berperan sebagai Follower menggunakan Pendekatan Geometri

Pada sub bab ini dibentuk desain kontrol pada pesawat yang berperan sebagai *follower* dengan menggunakan pendekatan geometri. Pada gambar 4.1 menunjukkan formasi 3 pesawat. Adapun d_1 dan d_2 masing-masing merupakan jarak antara posisi pesawat yang berperan sebagai *follower* dengan pesawat yang berperan sebagai *leader*. ϕ_1 dan ϕ_2 merupakan orientasi pesawat yang berperan sebagai follower terhadap *leader* dan besar sudutnya konstan.



Gambar 4.1: Formasi tiga pesawat

4.2.1 Desain Kontrol Pesawat yang Berperan sebagai Follower ke – 1.

Dari gambar 4.1 dapat dituliskan sebagai berikut;

$$x_1 - x_2 = d_1 \cos(\theta_2 + \phi_1) \text{ dan,}$$

$$y_1 - y_2 = d_1 \sin(\theta_2 + \phi_1)$$

Penurunan persamaan diatas terhadap waktu didapat,

$$\dot{x}_1 - \dot{x}_2 = -d_1 \sin(\theta_2 + \phi_1) (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1)$$

$$\dot{y}_1 - \dot{y}_2 = d_1 \cos(\theta_2 + \phi_1) (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1)$$

Kemudian dari persamaan diatas didapat:

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_1 + d_1 \sin(\theta_2 + \phi_1) (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \quad (4.23)$$

$$\dot{y}_2 = \dot{y}_1 - d_1 \cos(\theta_2 + \phi_1) (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1)$$

Dan dengan mensubstitusikan $\dot{x}_2 = u_2 \cos \theta_2 + v_2 \sin \theta_2$ dan $\dot{y}_2 = -u_2 \sin \theta_2 + v_2 \cos \theta_2$ ke persamaan (4.23) maka didapat,

$$u_2 \cos \theta_2 + v_2 \sin \theta_2 = \dot{x}_1 + d_1 \sin(\theta_2 + \phi_1) (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \quad (4.24)$$

$$-u_2 \sin \theta_2 + v_2 \cos \theta_2 = \dot{y}_1 - d_1 \cos(\theta_2 + \phi_1) (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \quad (4.25)$$

Untuk mendapatkan kontrol u_2 dilakukan eliminasi v_2 dengan cara mengalikan persamaan (4.24) dengan $\cos \theta_2$ dan mengalikan persamaan (4.25) dengan $\sin \theta_2$ sehingga didapat,

$$u_2 \cos^2 \theta_2 + v_2 \sin \theta_2 \cos \theta_2 = \dot{x}_1 \cos \theta_2 + d_1 \sin(\theta_2 + \phi_1) \cos \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1)$$

$$-u_2 \sin^2 \theta_2 + v_2 \cos \theta_2 \sin \theta_2 = \dot{y}_1 \sin \theta_2 - d_1 \cos(\theta_2 + \phi_1) \sin \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1)$$

$$u_2 \cos^2 \theta_2 + u_2 \sin^2 \theta_2 = \dot{x}_1 \cos \theta_2 - \dot{y}_1 \sin \theta_2 + d_1 \sin(\theta_2 + \phi_1) \cos \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) + d_1 \cos(\theta_2 + \phi_1) \sin \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1)$$

$$u_2(\cos^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_2) = \dot{x}_1 \cos \theta_2 - \dot{y}_1 \sin \theta_2 + d_1 \left(\sin(\theta_2 + \phi_1) \cos \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) + \cos(\theta_2 + \phi_1) \sin \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \right)$$

$$u_2(1) = \dot{x}_1 \cos \theta_2 - \dot{y}_1 \sin \theta_2 + d_1 \left(\sin(\theta_2 + \phi_1) \cos \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) + \cos(\theta_2 + \phi_1) \sin \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \right)$$

$$u_2 = \dot{x}_1 \cos \theta_2 - \dot{y}_1 \sin \theta_2 + d_1 \left(\sin(\theta_2 + \phi_1) \cos \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) + \cos(\theta_2 + \phi_1) \sin \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \right)$$

$$u_2 = \dot{x}_1 \cos \theta_2 - \dot{y}_1 \sin \theta_2 + d_1(\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1)(\sin(\theta_2 + \phi_1) \cos \theta_2 + \cos(\theta_2 + \phi_1) \sin \theta_2)$$

$$u_2 = \dot{x}_1 \cos \theta_2 - \dot{y}_1 \sin \theta_2 + d_1(\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1)(\sin((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)) \quad (4.26)$$

Dengan cara yang sama didapatkan control v_2 dengan cara mengalikan persamaan (4.24) dengan $\sin \theta_2$ dan mengalikan persamaan (4.25) dengan $\cos \theta_2$ sehingga didapat,

$$v_2 \sin^2 \theta_2 + u_2 \sin \theta_2 \cos \theta_2 = \dot{x}_1 \sin \theta_2 + d_1 \sin(\theta_2 + \phi_1) \sin \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1)$$

$$\frac{v_2 \cos^2 \theta_2 - u_2 \cos \theta_2 \sin \theta_2 = \dot{y}_1 \cos \theta_2 - d_1 \cos(\theta_2 + \phi_1) \cos \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1)}{+}$$

$$v_2 \sin^2 \theta_2 + v_2 \cos^2 \theta_2 = \dot{x}_1 \sin \theta_2 + \dot{y}_1 \cos \theta_2 + d_1 \sin(\theta_2 + \phi_1) \sin \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) - d_1 \cos(\theta_2 + \phi_1) \cos \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1)$$

$$v_2(\sin^2 \theta_2 + \cos^2 \theta_2) = \dot{x}_1 \sin \theta_2 + \dot{y}_1 \cos \theta_2 + d_1 \left(\sin(\theta_2 + \phi_1) \sin \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) - \cos(\theta_2 + \phi_1) \cos \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \right)$$

$$v_2(1) = \dot{x}_1 \sin \theta_2 + \dot{y}_1 \cos \theta_2 + d_1 \left(\sin(\theta_2 + \phi_1) \sin \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) - \cos(\theta_2 + \phi_1) \cos \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \right)$$

$$v_2 = \dot{x}_1 \sin \theta_2 + \dot{y}_1 \cos \theta_2 + d_1 \left(\sin(\theta_2 + \phi_1) \sin \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) - \cos(\theta_2 + \phi_1) \cos \theta_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \right)$$

$$v_2 = \dot{x}_1 \sin \theta_2 + \dot{y}_1 \cos \theta_2 + d_1(\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1)(\sin(\theta_2 + \phi_1) \sin \theta_2 - \cos(\theta_2 + \phi_1) \cos \theta_2)$$

$$v_2 = \dot{x}_1 \sin \theta_2 + \dot{y}_1 \cos \theta_2 - d_1(\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1)(\cos((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)) \quad (4.27)$$

Dari persamaan u_2 dan v_2 didapat persamaan w_2 dengan cara sebagai berikut:

$$u_2 = \dot{x}_1 \cos \theta_2 - \dot{y}_1 \sin \theta_2 + d_1(\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1)(\sin((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2))$$

$$\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1 = \frac{u_2 - \dot{x}_1 \cos \theta_2 + \dot{y}_1 \sin \theta_2}{d_1 \sin((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)} \quad (4.28)$$

$$v_2 = \dot{x}_1 \sin \theta_2 + \dot{y}_1 \cos \theta_2 - d_1(\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1)(\cos((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2))$$

$$\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1 = \frac{v_2 - \dot{x}_1 \sin \theta_2 - \dot{y}_1 \cos \theta_2}{d_1(\cos((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2))} \quad (4.29)$$

Dari persamaan (4.28) dan (4.29) didapat persamaan w_2 , karena besar sudut ϕ adalah konstan, maka $\dot{\phi}_1 = 0$ dan dari sistem dinamik pada persamaan 4.1 nilai $\dot{\theta}_2 = w_2$ sehingga didapat,

$$w_2 = \frac{(u_2 - \dot{x}_1 \cos \theta_2 + \dot{y}_1 \sin \theta_2)d_1(\cos((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)) + (v_2 - \dot{x}_1 \sin \theta_2 - \dot{y}_1 \cos \theta_2)d_1 \sin((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)}{d_1(\sin((\theta_2 + \phi_1) - \theta_2))d_1(\cos((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2))} \quad (4.30)$$

Sehingga diperoleh sistem dinamik pesawat yang berperan sebagai *follower* pertama sebagai berikut,

$$\dot{x}_2 = (\dot{x}_1 \cos \theta_2 - \dot{y}_1 \sin \theta_2 + d_1(\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \sin((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)) \cos \theta_2 + (\dot{x}_1 \sin \theta_2 + \dot{y}_1 \cos \theta_2 - d_1(\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \cos((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)) \sin \theta_2$$

$$\dot{y}_2 = -(\dot{x}_1 \cos \theta_2 - \dot{y}_1 \sin \theta_2 + d_1(\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \sin((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)) \sin \theta_2 + (\dot{x}_1 \sin \theta_2 + \dot{y}_1 \cos \theta_2 - d_1(\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \cos((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)) \cos \theta_2$$

$$\dot{\theta}_2 = \frac{(u_2 - \dot{x}_1 \cos \theta_2 + \dot{y}_1 \sin \theta_2)d_1(\cos((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)) + (v_2 - \dot{x}_1 \sin \theta_2 - \dot{y}_1 \cos \theta_2)d_1 \sin((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)}{d_1(\sin((\theta_2 + \phi_1) - \theta_2))d_1(\cos((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2))}$$

$$\dot{u}_2 = a_2 \quad a_2, b_2, c_2 > 0 \quad (4.31)$$

$$\dot{v}_2 = b_2$$

$$\dot{w}_2 = c_2$$

Persamaan (4.31) merupakan sistem dinamik pesawat yang berperan sebagai *follower* ke -1 setelah diberikan kontrol. Pemberian kontrol diberikan agar lintasan pesawat yang berperan sebagai *follower* 1 mengikuti lintasan *leader* dengan jarak tertentu.

4.2.2 Desain Kontrol Pesawat yang Berperan sebagai Follower ke – 2.

Dari gambar 4.1 dapat dituliskan sebagai berikut;

$$x_1 - x_3 = d_2 \cos(\theta_3 - \phi_2) \text{ dan,}$$

$$y_1 - y_3 = d_2 \sin(\theta_3 - \phi_2)$$

Penurunan persamaan diatas terhadap waktu didapat,

$$\dot{x}_1 - \dot{x}_3 = -d_2 \sin(\theta_3 + \phi_2) (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2)$$

$$\dot{y}_1 - \dot{y}_3 = d_2 \cos(\theta_3 + \phi_2) (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2)$$

Kemudian dari persamaan diatas didapat:

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= \dot{x}_1 + d_2 \sin(\theta_3 + \phi_2) (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \\ \dot{y}_3 &= \dot{y}_1 - d_2 \cos(\theta_3 + \phi_2) (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \end{aligned} \quad (4.32)$$

Dengan mensubstitusikan $\dot{x}_3 = u_3 \cos \theta_3 + v_3 \sin \theta_3$ dan $\dot{y}_3 = -u_3 \sin \theta_3 + v_3 \cos \theta_3$ ke persamaan (4.32) sehingga didapat,

$$u_3 \cos \theta_3 + v_3 \sin \theta_3 = \dot{x}_1 + d_2 \sin(\theta_3 + \phi_2) (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \quad (4.33)$$

$$-u_3 \sin \theta_3 + v_3 \cos \theta_3 = \dot{y}_1 - d_2 \cos(\theta_3 + \phi_2) (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \quad (4.34)$$

Untuk mendapatkan kontrol u_3 dilakukan eliminasi v_3 dengan cara mengalikan persamaan (4.33) dengan $\cos \theta_3$ dan mengalikan persamaan (4.34) dengan $\sin \theta_3$ sehingga didapat;

$$\begin{aligned} u_3 \cos^2 \theta_3 + v_3 \sin \theta_3 \cos \theta_3 &= \dot{x}_1 \cos \theta_3 + d_2 \sin(\theta_3 + \phi_2) \cos \theta_3 (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \\ -u_3 \sin^2 \theta_3 + v_3 \cos \theta_3 \sin \theta_3 &= \dot{y}_1 \sin \theta_3 - d_2 \cos(\theta_3 + \phi_2) \sin \theta_3 (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \end{aligned}$$

$$u_3 \cos^2 \theta_3 + u_3 \sin^2 \theta_3 = \dot{x}_1 \cos \theta_3 - \dot{y}_1 \sin \theta_3 + d_2 \sin(\theta_3 + \phi_2) \cos \theta_3 (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) + d_2 \cos(\theta_3 + \phi_2) \sin \theta_3 (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2)$$

$$u_3 (\cos^2 \theta_3 + \sin^2 \theta_3) = \dot{x}_1 \cos \theta_3 - \dot{y}_1 \sin \theta_3 + d_2 (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) (\sin(\theta_3 + \phi_2) \cos \theta_3 + \cos(\theta_3 + \phi_2) \sin \theta_3)$$

$$u_3 = \dot{x}_1 \cos \theta_3 - \dot{y}_1 \sin \theta_3 + d_2 (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \sin((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3) \quad (4.35)$$

Dengan cara yang sama didapatkan control v_3 dengan cara mengalikan persamaan (4.33) dengan $\sin \theta_3$ dan mengalikan persamaan (4.34) dengan $\cos \theta_3$ sehingga didapat;

$$\begin{aligned} u_3 \sin \theta_3 \cos \theta_3 + v_3 \sin^2 \theta_3 &= \dot{x}_1 \sin \theta_3 + d_2 \sin(\theta_3 + \phi_2) \sin \theta_3 (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \\ -u_3 \cos \theta_3 \sin \theta_3 + v_3 \cos^2 \theta_3 &= \dot{y}_1 \cos \theta_3 - d_2 \cos(\theta_3 + \phi_2) \cos \theta_3 (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \end{aligned}$$

$$v_3 \sin^2 \theta_3 + v_3 \cos^2 \theta_3 = \dot{x}_1 \sin \theta_3 + \dot{y}_1 \cos \theta_3 + d_2 \sin(\theta_3 + \phi_2) \sin \theta_3 (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) - d_2 \cos(\theta_3 + \phi_2) \cos \theta_3 (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2)$$

$$v_3 (\sin^2 \theta_3 + \cos^2 \theta_3) = \dot{x}_1 \sin \theta_3 + \dot{y}_1 \cos \theta_3 + d_2 (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) (\sin(\theta_3 + \phi_2) \sin \theta_3 - \cos(\theta_3 + \phi_2) \cos \theta_3)$$

$$v_3 = \dot{x}_1 \sin \theta_3 + \dot{y}_1 \cos \theta_3 - d_2 (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) (\cos(\theta_3 + \phi_2) \cos \theta_3 - \sin(\theta_3 + \phi_2) \sin \theta_3)$$

$$v_3 = \dot{x}_1 \sin \theta_3 + \dot{y}_1 \cos \theta_3 - d_2 (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \cos((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3) \quad (4.36)$$

Dari persamaan u_3 dan v_3 didapat persamaan w_3 dengan cara sebagai berikut:

$$u_3 = \dot{x}_1 \cos \theta_3 - \dot{y}_1 \sin \theta_3 + d_2 (\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \sin((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)$$

$$\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2 = \frac{u_3 - \dot{x}_1 \cos \theta_3 + \dot{y}_1 \sin \theta_3}{d_2 \sin((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)} \quad (4.37)$$

Sedangkan untuk v_3 ,

$$v_3 = \dot{x}_1 \sin \theta_3 + \dot{y}_1 \cos \theta_3 - d_2(\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \cos((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)$$

$$\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2 = \frac{v_3 - \dot{x}_1 \sin \theta_3 - \dot{y}_1 \cos \theta_3}{d_2 \cos((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)} \quad (4.38)$$

Karena besar sudut ϕ_2 adalah konstan, maka nilai $\dot{\phi}_2 = 0$. Dan dari persamaan (4.1) didapat $\dot{\theta}_3 = w_3$, sehingga kontrol w_3 bisa didapatkan sebagai berikut,

$$w_3 = \frac{(u_3 - \dot{x}_1 \cos \theta_3 + \dot{y}_1 \sin \theta_3)d_2 \cos((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3) + (v_3 - \dot{x}_1 \sin \theta_3 - \dot{y}_1 \cos \theta_3)d_2 \sin((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)}{d_2 \sin((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)d_2 \cos((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)} \quad (4.39)$$

Sistem dinamik pesawat yang berperan sebagai *follower* kedua sudah bisa didapatkan, pemberian kontrol pada sistem dinamik yang berperan sebagai *follower* bertujuan agar lintasan pesawat *follower* mengikuti lintasan pesawat yang berperan sebagai *leader*.

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= (\dot{x}_1 \cos \theta_3 - \dot{y}_1 \sin \theta_3 + d_2(\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \sin((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)) \cos \theta_3 + (\dot{x}_1 \sin \theta_3 + \\ &\dot{y}_1 \cos \theta_3 - d_2(\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \cos((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)) \sin \theta_3 \\ \dot{y}_3 &= -(\dot{x}_1 \cos \theta_3 - \dot{y}_1 \sin \theta_3 + d_2(\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \sin((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)) \sin \theta_3 + \dot{x}_1 \sin \theta_3 + \\ &\dot{y}_1 \cos \theta_3 - d_2(\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \cos((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3) \cos \theta_3 \\ \dot{\theta}_3 &= \frac{(u_3 - \dot{x}_1 \cos \theta_3 + \dot{y}_1 \sin \theta_3)d_2 \cos((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3) + (v_3 - \dot{x}_1 \sin \theta_3 - \dot{y}_1 \cos \theta_3)d_2 \sin((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)}{d_2 \sin((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)d_2 \cos((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)} \end{aligned}$$

$$\dot{u}_3 = a_3 \quad a_3, b_3, c_3 > 0 \quad (4.40)$$

$$\dot{v}_3 = b_3$$

$$\dot{w}_3 = c_3$$

4.3 Simulasi Numerik

Pada sub bab ini dilakukan simulasi numerik lintasan yang ingin dilalui pesawat serta lintasan yang dilalui pesawat baik yang berperan sebagai *leader* dan juga pesawat yang berperan sebagai *follower* :

Lintasan yang diinginkan berbentuk fungsi parametrik dan didefinisikan dengan $(\gamma_x(t), \gamma_y(t))$

❖ Simulasi 1

Lintasan yang diinginkan pesawat yang berperan sebagai *leader* untuk dilalui selama 10 detik dengan iterasi sebanyak 25 adalah sebagai berikut,

$$\gamma_x(t) = \frac{3}{49}t^3 - \frac{25}{29}t^2 + 5t + 3$$

$$\gamma_y(t) = \frac{2}{99}t^3 - \frac{15}{500}t^2 + 5t + 4$$

Setelah lintasan yang ingin dilalui *leader* pesawat sudah ditentukan maka, sistem dinamik pesawat yang berperan sebagai *leader* (persamaan 4.22)

$$\dot{x}_1 = (\dot{\gamma}_x(t) \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t) \sin \theta_1 - k_1 x_1(t) \cos \theta_1 + k_1 y_1(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \cos \theta_1 - k_1 \gamma_y(t) \sin \theta_1) \cos \theta_1 + (\dot{\gamma}_x(t) \sin \theta_1 + \dot{\gamma}_y(t) \cos \theta_1 - k_1 x_1(t) \sin \theta_1 - k_1 y_1(t) \cos \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_y(t) \cos \theta_1) \sin \theta_1$$

$$\dot{y}_1 = -(\dot{\gamma}_x(t) \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t) \sin \theta_1 - k_1 x_1(t) \cos \theta_1 + k_1 y_1(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \cos \theta_1 - k_1 \gamma_y(t) \sin \theta_1) \sin \theta_1 + (\dot{\gamma}_x(t) \sin \theta_1 + \dot{\gamma}_y(t) \cos \theta_1 - k_1 x_1(t) \sin \theta_1 - k_1 y_1(t) \cos \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_y(t) \cos \theta_1) \cos \theta_1$$

$$\dot{\theta}_1 = \frac{(u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1)(\dot{u}_1 \cos \theta_1 - \dot{v}_1 \sin \theta_1 + \ddot{\gamma}_x(t) + k_1(u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 - \dot{\gamma}_x(t))) + (u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1)(-\dot{u}_1 \sin \theta_1 + \dot{v}_1 \cos \theta_1 - \ddot{\gamma}_y(t) + k_1(-u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t)))}{(u_1^2 - v_1^2)}$$

digunakan untuk melakukan tracking pada lintasan tersebut. Berikut parameter yang dipakai:

$$x(0) = 3$$

$$y(0) = 4$$

$$a = 5$$

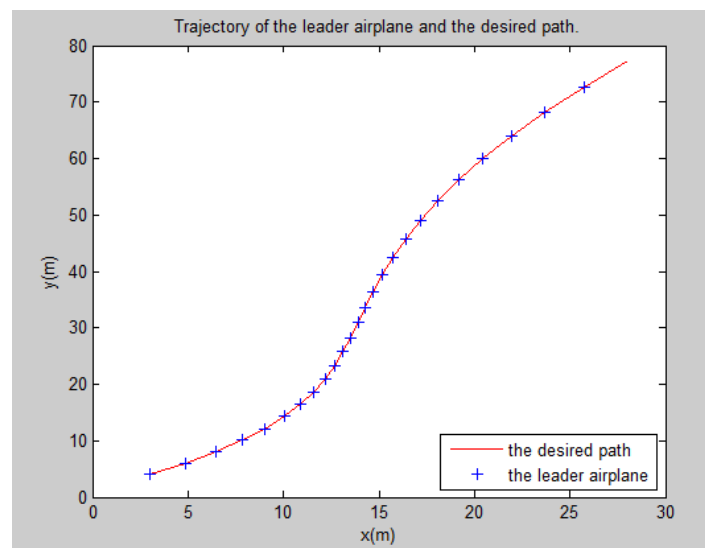
$$t = 0: dt: 10;$$

$$dt = 0.4;$$

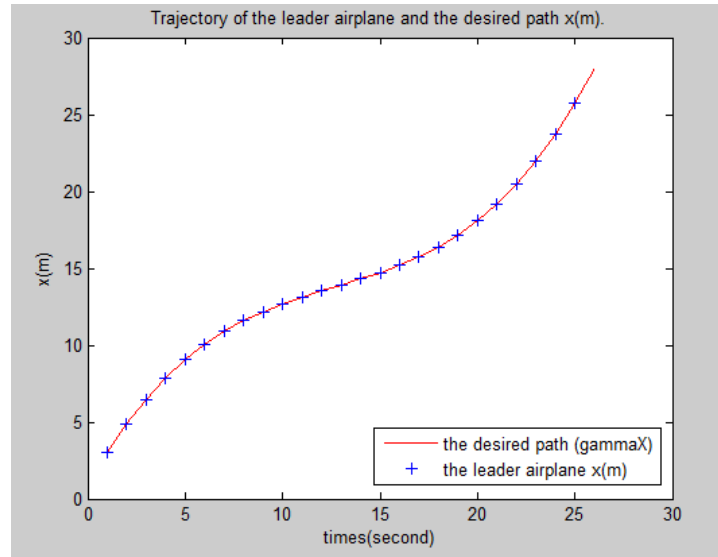
$$b = 4$$

$$c = 5$$

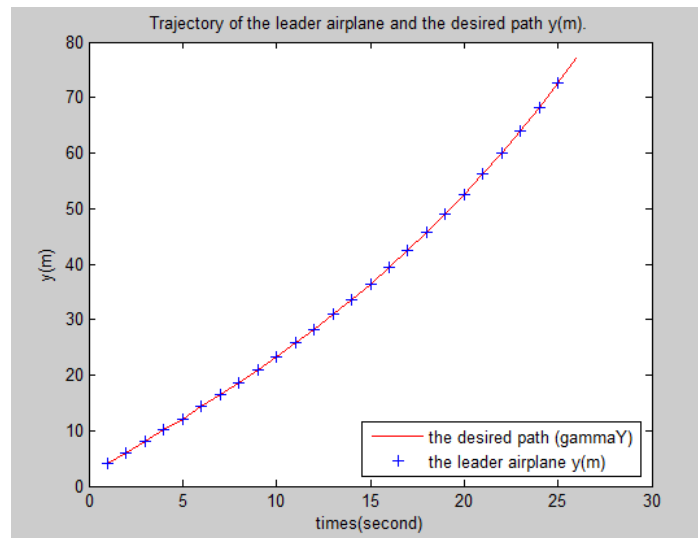
Dan hasil simulasi tracking *leader* pesawat dengan lintasan yang diinginkan sebagai berikut,



Gambar 4.2 : Tracking pesawat yang berperan sebagai *leader* dengan Lintasan yang diinginkan



Gambar 4.3 :Tracking pesawat yang berperan sebagai leader x(m) dan lintasan yang diinginkan (gammaX)



Gambar 4.4: Tracking pesawat yang berperan sebagai *leader* y(m) dengan Lintasan yang diinginkan (gammaY)

Gambar 4.2 diatas merupakan hasil simulasi dari tracking pesawat yang berperan sebagai *leader* (x,y) dalam melintasi lintasan yang diinginkan (gammaX,gammaY). Dalam simulasi diatas pesawat melakukan tracking dalam waktu 10 detik dengan mengambil iterasi sebanyak 25 dan lintasan berupa fungsi parametrik. Sedangkan pada gambar 4.3 dilakukan simulasi antara lintasan yang diinginkan gammaX dengan lintasan leader *x*. Dan pada gambar 4.4 dilakukan pula simulasi lintasan yang diinginkan gammaY dengan lintasan leader *y*.

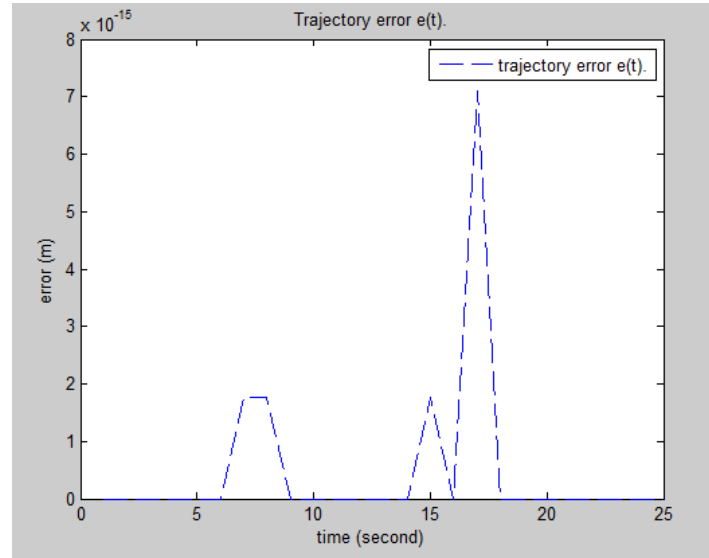
Pada simulasi selanjutnya dilakukan simulasi error antara lintasan yang dilalui leader dengan lintasan yang diinginkan. Dimana error didefinisikan sebagai berikut,

$$\text{error}_x = |x - \text{gammaX}|$$

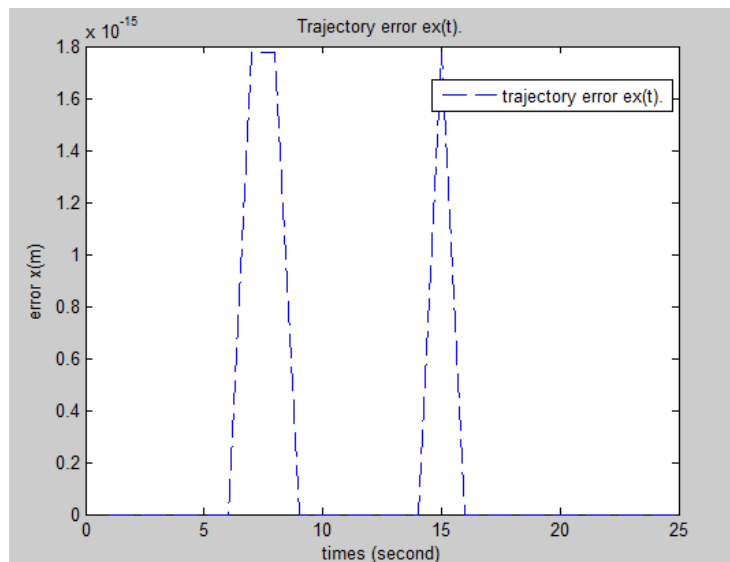
$$\text{error}_y = |y - \text{gamma}Y|$$

$$\text{error} = \sqrt{\text{error}_x^2 + \text{error}_y^2}$$

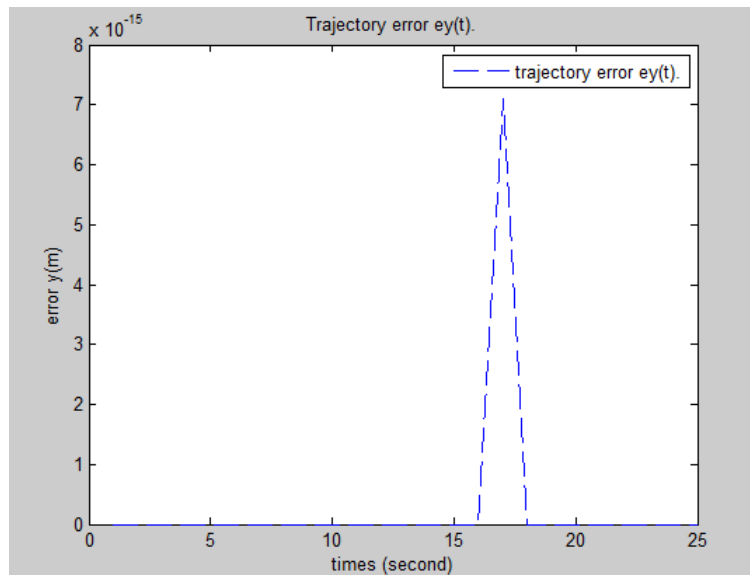
diperoleh hasil simulasi sebagai berikut,



Gambar 4.5: Error lintasan antara tracking pesawat yang berperan sebagai leader dengan lintasan yang diinginkan.



Gambar 4.6 : Error lintasan antara tracking pesawat yang berperan sebagai leader x(m) dengan lintasan yang diinginkan (gammaX)



Gambar 4.7: Error lintasan antara tracking pesawat yang berperan sebagai leader $y(m)$ dengan lintasan yang diinginkan (γY).

Dibawah ini akan ditunjukkan nilai dari (γX , γY) sebagai Lintasan yang diinginkan dan nilai (x, y) lintasan yang dilalui pesawat yang berperan sebagai leader serta akan ditunjukkan nilai errornya.

No.	γX	x	Error x
1	3.0000	3.0000	0
2	4.8660	4.8660	0
3	6.4796	6.4796	0
4	7.8644	7.8644	0
5	9.0439	9.0439	0
6	10.0415	10.0415	0
7	10.8809	10.8809	0.1776×10^{-14}
8	11.5854	11.5854	0.1776×10^{-14}
9	12.1786	12.1786	0
10	12.6841	12.6841	0
11	13.1253	13.1253	0
12	13.5257	13.5257	0
13	13.9089	13.9089	0
14	14.2983	14.2983	0
15	14.7175	14.7175	0.1776×10^{-14}
16	15.1900	15.1900	0
17	15.7393	15.7393	0
18	16.3889	16.3889	0
19	17.1623	17.1623	0
20	18.0830	18.0830	0
21	19.1745	19.1745	0
22	20.4604	20.4604	0
23	21.9642	21.9642	0
24	23.7093	23.7093	0
25	25.7192	25.7192	0

No.	gammaY	y	Error y
1	4.0000	4.0000	0
2	6.0061	6.0061	0
3	8.0295	8.0295	0
4	10.0781	10.0781	0
5	12.1595	12.1595	0
6	14.2816	14.2816	0
7	16.4521	16.4521	0
8	18.6787	18.6787	0
9	20.9692	20.9692	0
10	23.3313	23.3313	0
11	25.7729	25.7729	0
12	28.3017	28.3017	0
13	30.9254	30.9254	0
14	33.6518	33.6518	0
15	36.4886	36.4886	0
16	39.4436	39.4436	0
17	42.5246	42.5246	0
18	45.7394	45.7394	0.7105×10^{-14}
19	49.0956	49.0956	0
20	52.6010	52.6010	0
21	56.2634	56.2634	0
22	60.0906	60.0906	0
23	64.0903	64.0903	0
24	68.2703	68.2703	0
25	72.6383	72.6383	0

Sehingga dapat dicari nilai *tracking error* sebagai berikut,

$$\text{error} = \sqrt{\text{error}_x^2 + \text{error}_y^2}$$

No.	waktu (detik)	error
1	0.4000	0
2	0.8000	0
3	1.2000	0
4	1.6000	0
5	2.0000	0
6	2.4000	0
7	2.8000	0.1776×10^{-14}
8	3.2000	0.1776×10^{-14}
9	3.6000	0
10	4.0000	0
11	4.4000	0
12	4.8000	0
13	5.2000	0
14	5.6000	0
15	6.0000	0.1776×10^{-14}
16	6.4000	0
17	6.8000	0.7105×10^{-14}
18	7.2000	0

19	7.6000	0
20	8.0000	0
21	8.4000	0
22	8.8000	0
23	9.2000	0
24	9.6000	0
25	10.0000	0

Error dalam bentuk persen dirumuskan dengan :

$$\text{error x \%} = \frac{\text{error x}}{\text{gammaX}} \times 100\%$$

$$\text{error y \%} = \frac{\text{error y}}{\text{gammaY}} \times 100\%$$

Waktu (detik)	Error x	gammaX	Error x %
0.4000	0	3.0000	0
0.8000	0	4.8660	0
1.2000	0	6.4796	0
1.6000	0	7.8644	0
2.0000	0	9.0439	0
2.4000	0	10.0415	0
2.8000	0.1776×10^{-14}	10.8809	0.1633×10^{-13}
3.2000	0.1776×10^{-14}	11.5854	0.1533×10^{-13}
3.6000	0	12.1786	0
4.0000	0	12.6841	0
4.4000	0	13.1253	0
4.8000	0	13.5257	0
5.2000	0	13.9089	0
5.6000	0	14.2983	0
6.0000	0.1776×10^{-14}	14.7175	0.1207×10^{-13}
6.4000	0	15.1900	0
6.8000	0	15.7393	0
7.2000	0	16.3889	0
7.6000	0	17.1623	0
8.0000	0	18.0830	0
8.4000	0	19.1745	0
8.8000	0	20.4604	0
9.2000	0	21.9642	0
9.6000	0	23.7093	0
10.0000	0	25.7192	0

Waktu (detik)	Error y	gammaY	Error y %
0.4000	0	4.0000	0
0.8000	0	6.0061	0
1.2000	0	8.0295	0
1.6000	0	10.0781	0
2.0000	0	12.1595	0
2.4000	0	14.2816	0
2.8000	0	16.4521	0
3.2000	0	18.6787	0
3.6000	0	20.9692	0
4.0000	0	23.3313	0
4.4000	0	25.7729	0
4.8000	0	28.3017	0
5.2000	0	30.9254	0
5.6000	0	33.6518	0
6.0000	0	36.4886	0
6.4000	0	39.4436	0
6.8000	0.7105 x 10 ⁻¹⁴	42.5246	0.1671 x 10 ⁻¹³
7.2000	0	45.7394	0
7.6000	0	49.0956	0
8.0000	0	52.6010	0
8.4000	0	56.2634	0
8.8000	0	60.0906	0
9.2000	0	64.0903	0
9.6000	0	68.2703	0
10.0000	0	72.6383	0

Pada gambar (4.5), (4.6) dan (4.7) telah ditunjukkan error antara tracking pesawat yang berperan sebagai leader dengan lintasan yang diinginkan. Setelah ini dilakukan simulasi lintasan tiga pesawat yang terdiri dari satu pesawat yang berperan sebagai leader dan dua pesawat lain sebagai follower. Sistem dinamik yang dipakai untuk melakukan tracking leader adalah persamaan (4.22),

$$\dot{x}_1 = (\dot{\gamma}_x(t) \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t) \sin \theta_1 - k_1 x_1(t) \cos \theta_1 + k_1 y_1(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \cos \theta_1 - k_1 \gamma_y(t) \sin \theta_1) \cos \theta_1 + (\dot{\gamma}_x(t) \sin \theta_1 + \dot{\gamma}_y(t) \cos \theta_1 - k_1 x_1(t) \sin \theta_1 - k_1 y_1(t) \cos \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_y(t) \cos \theta_1) \sin \theta_1$$

$$\dot{y}_1 = -(\dot{\gamma}_x(t) \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t) \sin \theta_1 - k_1 x_1(t) \cos \theta_1 + k_1 y_1(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \cos \theta_1 - k_1 \gamma_y(t) \sin \theta_1) \sin \theta_1 + (\dot{\gamma}_x(t) \sin \theta_1 + \dot{\gamma}_y(t) \cos \theta_1 - k_1 x_1(t) \sin \theta_1 - k_1 y_1(t) \cos \theta_1 + k_1 \gamma_x(t) \sin \theta_1 + k_1 \gamma_y(t) \cos \theta_1) \cos \theta_1$$

$$\dot{\theta}_1 = \frac{(u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1)(\dot{u}_1 \cos \theta_1 - \dot{v}_1 \sin \theta_1 + \ddot{\gamma}_x(t) + k_1(u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1 - \dot{\gamma}_x(t))) + (u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1)(-\dot{u}_1 \sin \theta_1 + \dot{v}_1 \cos \theta_1 - \ddot{\gamma}_y(t) + k_1(-u_1 \sin \theta_1 + v_1 \cos \theta_1 - \dot{\gamma}_y(t)))}{(u_1^2 - v_1^2)}$$

$$\dot{u}_1 = a_1 \quad a_1, b_1, c_1 > 0$$

$$\dot{v}_1 = b_1$$

$$\dot{w}_1 = c_1$$

untuk follower pertama menggunakan persamaan (4.31)

$$\dot{x}_2 = (\dot{x}_1 \cos \theta_2 - \dot{y}_1 \sin \theta_2 + d_1(\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \sin((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)) \cos \theta_2 + (\dot{x}_1 \sin \theta_2 + \dot{y}_1 \cos \theta_2 - d_1(\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \cos((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)) \sin \theta_2$$

$$\dot{y}_2 = -(\dot{x}_1 \cos \theta_2 - \dot{y}_1 \sin \theta_2 + d_1(\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \sin((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)) \sin \theta_2 + (\dot{x}_1 \sin \theta_2 + \dot{y}_1 \cos \theta_2 - d_1(\dot{\theta}_2 + \dot{\phi}_1) \cos((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)) \cos \theta_2$$

$$\dot{\theta}_2 = \frac{(u_2 - \dot{x}_1 \cos \theta_2 + \dot{y}_1 \sin \theta_2) d_1 (\cos((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)) + (v_2 - \dot{x}_1 \sin \theta_2 - \dot{y}_1 \cos \theta_2) d_1 \sin((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2)}{d_1 (\sin((\theta_2 + \phi_1) - \theta_2)) d_1 (\cos((\theta_2 + \phi_1) + \theta_2))}$$

$$\dot{u}_2 = a_2 \quad a_2, b_2, c_2 > 0$$

$$\dot{v}_2 = b_2$$

$$\dot{w}_2 = c_2$$

dan untuk follower kedua menggunakan sistem pada persamaan (4.40).

$$\dot{x}_3 = (\dot{x}_1 \cos \theta_3 - \dot{y}_1 \sin \theta_3 + d_2(\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \sin((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)) \cos \theta_3 + (\dot{x}_1 \sin \theta_3 + \dot{y}_1 \cos \theta_3 - d_2(\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \cos((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)) \sin \theta_3$$

$$\dot{y}_3 = -(\dot{x}_1 \cos \theta_3 - \dot{y}_1 \sin \theta_3 + d_2(\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \sin((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)) \sin \theta_3 + (\dot{x}_1 \sin \theta_3 + \dot{y}_1 \cos \theta_3 - d_2(\dot{\theta}_3 + \dot{\phi}_2) \cos((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)) \cos \theta_3$$

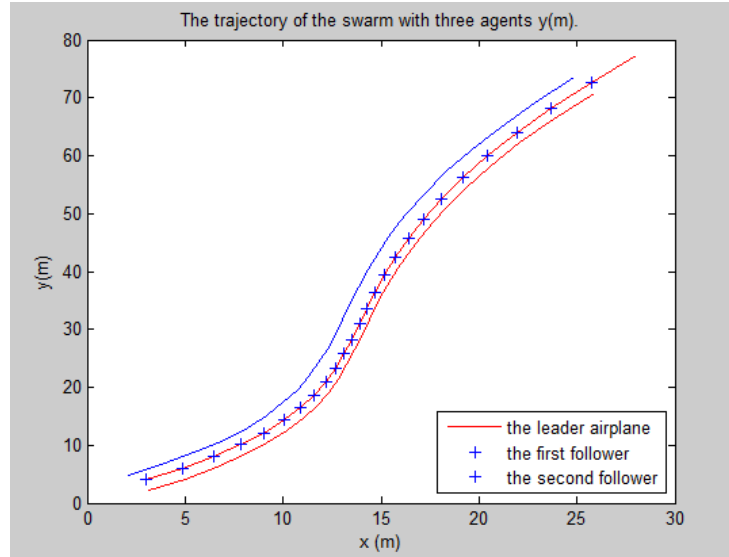
$$\dot{\theta}_3 = \frac{(u_3 - \dot{x}_1 \cos \theta_3 + \dot{y}_1 \sin \theta_3) d_2 \cos((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3) + (v_3 - \dot{x}_1 \sin \theta_3 - \dot{y}_1 \cos \theta_3) d_2 \sin((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)}{d_2 \sin((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3) d_2 \cos((\theta_3 + \phi_2) + \theta_3)}$$

$$\dot{u}_3 = a_3 \quad a_3, b_3, c_3 > 0$$

$$\dot{v}_3 = b_3$$

$$\dot{w}_3 = c_3$$

Dan diperoleh hasil simulasi sebagai berikut,



Gambar 4.8 : Tracking lintasan oleh tiga pesawat

Pada gambar 4.8 menunjukkan tracking tiga pesawat dalam melintasi suatu lintasan. Dari gambar kita tahu bahwa tracking pesawat leader mampu melintasi lintasan yang diinginkan dengan error yang sangat kecil dan pesawat yang berperan sebagai follower mampu mengikuti lintasan leadernya dengan jarak tertentu. Ini menunjukkan bahwa desain kontrol pada persamaan (4.22) untuk leader, (4.31) untuk follower pertama dan (4.40) untuk follower kedua cukup efektif untuk melakukan tracking pada lintasan yang diinginkan.

❖ Simulasi 2

Pada simulasi 2 dilakukan simulasi dengan cara yang sama dengan simulasi 1. Lintasan yang berupa fungsi parametrik ,

$$\gamma_x(t) = \frac{3}{49}t^3 - \frac{25}{29}t^2 + 5t + 3$$

$$\gamma_y(t) = \frac{2}{99}t^3 - \frac{15}{500}t^2 + 5t + 4$$

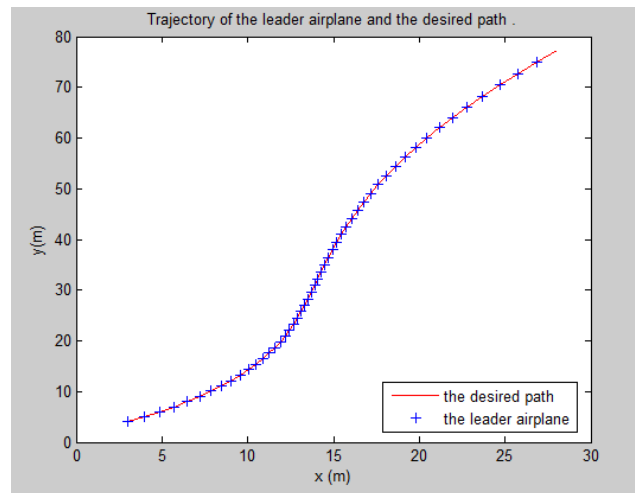
Berikut parameter yang dipakai dalam simulasi,

$$x(0) = 3 \qquad y(0) = 4 \qquad a = 5$$

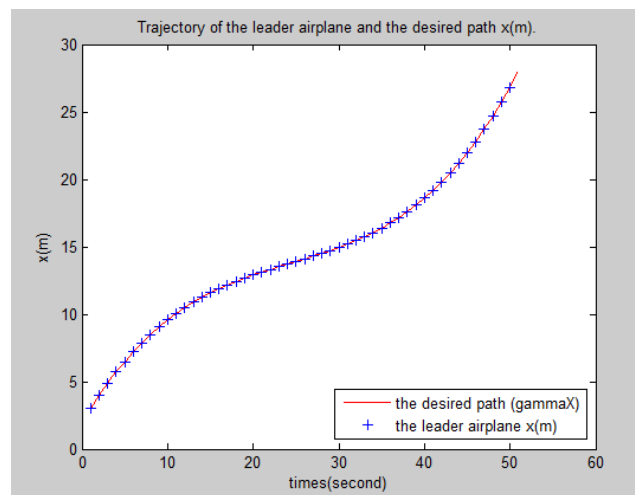
$$t = 0: dt: 10; \qquad dt = 0.2; \qquad b = 4$$

$$c = 5$$

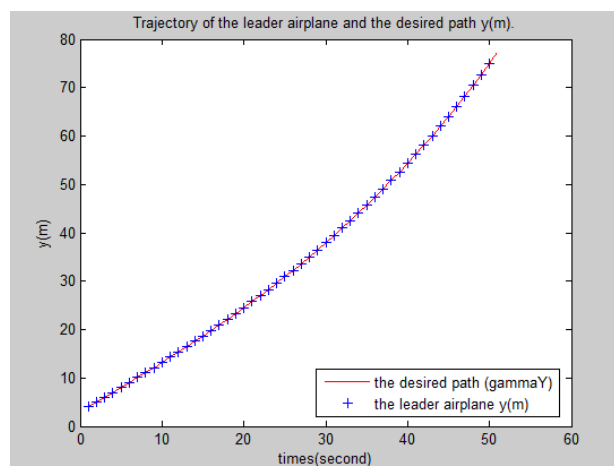
waktunya sama 10 detik namun yang membedakan hanya pengambilan iterasi yang awalnya hanya 25 diperbanyak menjadi 50. Dan diperoleh hasil simulasi tracking pesawat sebagai berikut,



Gambar 4.9 : Tracking pesawat yang berperan sebagai *leader* dengan Lintasan yang diinginkan

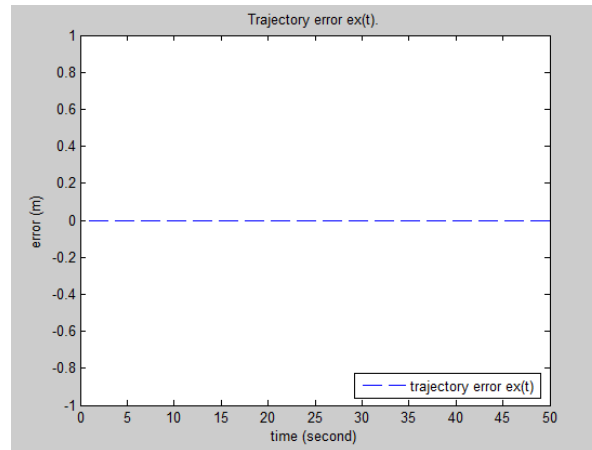


Gambar 4.10 :Tracking pesawat yang berperan sebagai leader $x(m)$ dan lintasan yang diinginkan (γ_X)

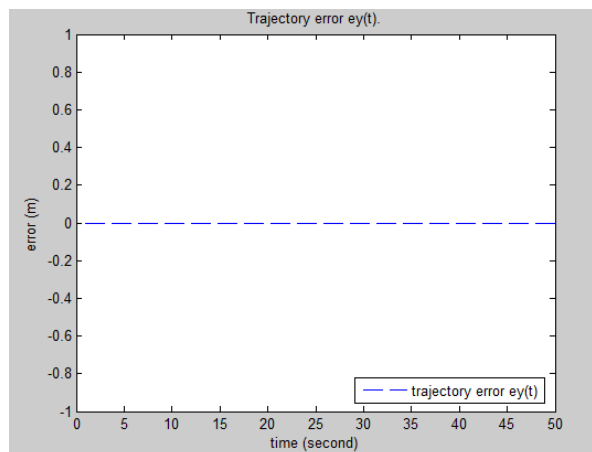


Gambar 4.11 :Tracking pesawat yang berperan sebagai leader $y(m)$ dan lintasan yang diinginkan (γ_Y)

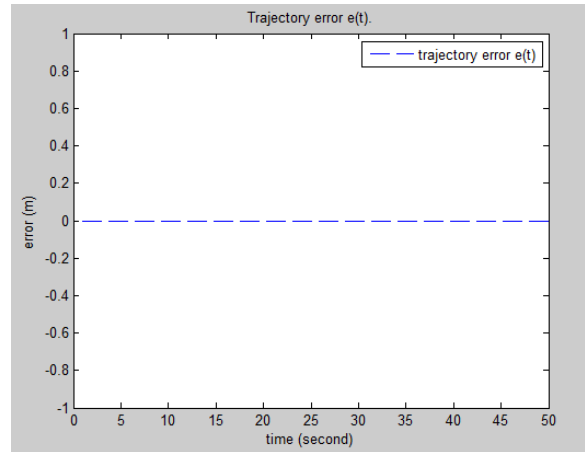
Dari hasil simulasi 2 dapat dilihat bahwa tracking pesawat yang berperan sebagai leader lebih baik dari sebelumnya dengan pengamatan setiap 0,2 detik tracking bisa sangat tepat dalam melintasi lintasan yang ingin dicapai dan itu bisa terlihat dari simulasi error dibawah ini.



Gambar 4.12 : Error lintasan antara tracking pesawat yang berperan sebagai leader $y(m)$ dengan lintasan yang diinginkan (γY).



Gambar 4.13: Error lintasan antara tracking pesawat yang berperan sebagai leader $y(m)$ dengan lintasan yang diinginkan (γY).



Gambar 4.14: Error lintasan antara tracking pesawat yang berperan sebagai leader dengan lintasan yang diinginkan.

Dari hasil simulasi diatas terlihat nilai awal error adalah nol, hal itu dikarenakan nilai awal posisi tracking pesawat sama dengan nilai awal pada lintasan. Posisi pesawat awal melakukan tracking sudah dalam lintasan dan sistem dinamik pada pesawat yang berperan sebagai leader menjaga agar tracking tetap dalam lintasan yang diinginkan.

Dibawah ini akan ditunjukkan nilai (γ_X, γ_Y) lintasan yang diinginkan dan juga nilai dari (x, y) lintasan yang dilalui pesawat yang berperan sebagai *leader* serta nilai errornya.

No.	γ_X	x	Error x
1	3.0000	3.0000	0.0000
2	3.9660	3.9660	0.0000
3	4.8660	4.8660	0.0000
4	5.7029	5.7029	0.0000
5	6.4796	6.4796	0.0000
6	7.1992	7.1992	0.0000
7	7.8644	7.8644	0.0000
8	8.4783	8.4783	0.0000
9	9.0439	9.0439	0.0000
10	9.5640	9.5640	0.0000
11	10.0415	10.0415	0.0000
12	10.4795	10.4795	0.0000
13	10.8809	10.8809	0.0000
14	11.2485	11.2485	0.0000
15	11.5854	11.5854	0.0000
16	11.8944	11.8944	0.0000
17	12.1786	12.1786	0.0000
18	12.4409	12.4409	0.0000
19	12.6841	12.6841	0.0000
20	12.9112	12.9112	0.0000
21	13.1253	13.1253	0.0000
22	13.3291	13.3291	0.0000
23	13.5257	13.5257	0.0000
24	13.7180	13.7180	0.0000
25	13.9089	13.9089	0.0000

26	14.1013	14.1013	0.0000
27	14.2983	14.2983	0.0000
28	14.5027	14.5027	0.0000
29	14.7175	14.7175	0.0000
30	14.9456	14.9456	0.0000
31	15.1900	15.1900	0.0000
32	15.4536	15.4536	0.0000
33	15.7393	15.7393	0.0000
34	16.0501	16.0501	0.0000
35	16.3889	16.3889	0.0000
36	16.7586	16.7586	0.0000
37	17.1623	17.1623	0.0000
38	17.6027	17.6027	0.0000
39	18.0830	18.0830	0.0000
40	18.6059	18.6059	0.0000
41	19.1745	19.1745	0.0000
42	19.7917	19.7917	0.0000
43	20.4604	20.4604	0.0000
44	21.1836	21.1836	0.0000
45	21.9642	21.9642	0.0000
46	22.8051	22.8051	0.0000
47	23.7093	23.7093	0.0000
48	24.6797	24.6797	0.0000
49	25.7192	25.7192	0.0000
50	26.8309	26.8309	0.0000

No.	gammaY	y	Error y
1	4.0000	4.0000	0.0000
2	5.0014	5.0014	0.0000
3	6.0061	6.0061	0.0000
4	7.0152	7.0152	0.0000
5	8.0295	8.0295	0.0000
6	9.0502	9.0502	0.0000
7	10.0781	10.0781	0.0000
8	11.1142	11.1142	0.0000
9	12.1595	12.1595	0.0000
10	13.2150	13.2150	0.0000
11	14.2816	14.2816	0.0000
12	15.3603	15.3603	0.0000
13	16.4521	16.4521	0.0000
14	17.5579	17.5579	0.0000
15	18.6787	18.6787	0.0000
16	19.8155	19.8155	0.0000
17	20.9692	20.9692	0.0000
18	22.1408	22.1408	0.0000
19	23.3313	23.3313	0.0000
20	24.5417	24.5417	0.0000
21	25.7729	25.7729	0.0000
22	27.0259	27.0259	0.0000
23	28.3017	28.3017	0.0000
24	29.6012	29.6012	0.0000
25	30.9254	30.9254	0.0000
26	32.2753	32.2753	0.0000

27	33.6518	33.6518	0.0000
28	35.0559	35.0559	0.0000
29	36.4886	36.4886	0.0000
30	37.9509	37.9509	0.0000
31	39.4436	39.4436	0.0000
32	40.9679	40.9679	0.0000
33	42.5246	42.5246	0.0000
34	44.1148	44.1148	0.0000
35	45.7394	45.7394	0.0000
36	47.3993	47.3993	0.0000
37	49.0956	49.0956	0.0000
38	50.8291	50.8291	0.0000
39	52.6010	52.6010	0.0000
40	54.4121	54.4121	0.0000
41	56.2634	56.2634	0.0000
42	58.1559	58.1559	0.0000
43	60.0906	60.0906	0.0000
44	62.0684	62.0684	0.0000
45	64.0903	64.0903	0.0000
46	66.1573	66.1573	0.0000
47	68.2703	68.2703	0.0000
48	70.4303	70.4303	0.0000
49	72.6383	72.6383	0.0000
50	74.8952	74.8952	0.0000

Sehingga dapat dicari nilai tracking error sebagai berikut,

$$\text{error} = \sqrt{\text{error}_x^2 + \text{error}_y^2}$$

Waktu (detik)	Error
0.2000	0.0000
0.4000	0.0000
0.6000	0.0000
0.8000	0.0000
1.0000	0.0000
1.2000	0.0000
1.4000	0.0000
1.6000	0.0000
1.8000	0.0000
2.0000	0.0000
2.2000	0.0000
2.4000	0.0000
2.6000	0.0000
2.8000	0.0000
3.0000	0.0000
3.2000	0.0000
3.4000	0.0000
3.6000	0.0000
3.8000	0.0000
4.0000	0.0000
4.2000	0.0000
4.4000	0.0000

4.6000	0.0000
4.8000	0.0000
5.0000	0.0000
5.2000	0.0000
5.4000	0.0000
5.6000	0.0000
5.8000	0.0000
6.0000	0.0000
6.2000	0.0000
6.4000	0.0000
6.6000	0.0000
6.8000	0.0000
7.0000	0.0000
7.2000	0.0000
7.4000	0.0000
7.6000	0.0000
7.8000	0.0000
8.0000	0.0000
8.2000	0.0000
8.4000	0.0000
8.6000	0.0000
8.8000	0.0000
9.0000	0.0000
9.2000	0.0000
9.4000	0.0000
9.6000	0.0000
9.8000	0.0000
10.0000	0.0000

Error dalam bentuk persen dirumuskan dengan :

$$\text{error x \%} = \frac{\text{error x}}{\text{gammaX}} \times 100\%$$

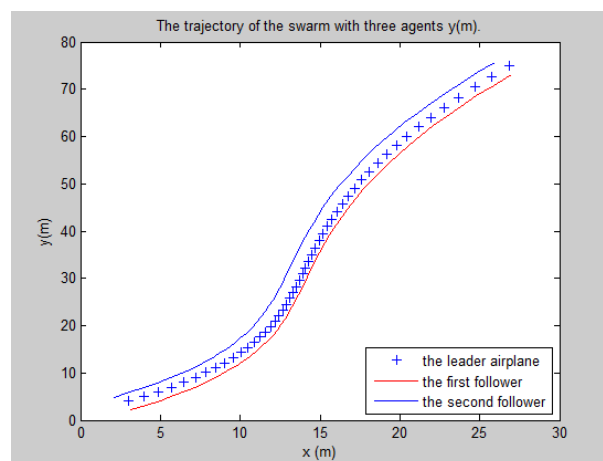
$$\text{error y \%} = \frac{\text{error y}}{\text{gammaY}} \times 100\%$$

Waktu (detik)	Error x	gammaX	Error x %
0.2000	0.0000	3.0000	0.0000
0.4000	0.0000	3.9660	0.0000
0.6000	0.0000	4.8660	0.0000
0.8000	0.0000	5.7029	0.0000
1.0000	0.0000	6.4796	0.0000
1.2000	0.0000	7.1992	0.0000
1.4000	0.0000	7.8644	0.0000
1.6000	0.0000	8.4783	0.0000
1.8000	0.0000	9.0439	0.0000
2.0000	0.0000	9.5640	0.0000
2.2000	0.0000	10.0415	0.0000
2.4000	0.0000	10.4795	0.0000
2.6000	0.0000	10.8809	0.0000
2.8000	0.0000	11.2485	0.0000
3.0000	0.0000	11.5854	0.0000

3.2000	0.0000	11.8944	0.0000
3.4000	0.0000	12.1786	0.0000
3.6000	0.0000	12.4409	0.0000
3.8000	0.0000	12.6841	0.0000
4.0000	0.0000	12.9112	0.0000
4.2000	0.0000	13.1253	0.0000
4.4000	0.0000	13.3291	0.0000
4.6000	0.0000	13.5257	0.0000
4.8000	0.0000	13.7180	0.0000
5.0000	0.0000	13.9089	0.0000
5.2000	0.0000	14.1013	0.0000
5.4000	0.0000	14.2983	0.0000
5.6000	0.0000	14.5027	0.0000
5.8000	0.0000	14.7175	0.0000
6.0000	0.0000	14.9456	0.0000
6.2000	0.0000	15.1900	0.0000
6.4000	0.0000	15.4536	0.0000
6.6000	0.0000	15.7393	0.0000
6.8000	0.0000	16.0501	0.0000
7.0000	0.0000	16.3889	0.0000
7.2000	0.0000	16.7586	0.0000
7.4000	0.0000	17.1623	0.0000
7.6000	0.0000	17.6027	0.0000
7.8000	0.0000	18.0830	0.0000
8.0000	0.0000	18.6059	0.0000
8.2000	0.0000	19.1745	0.0000
8.4000	0.0000	19.7917	0.0000
8.6000	0.0000	20.4604	0.0000
8.8000	0.0000	21.1836	0.0000
9.0000	0.0000	21.9642	0.0000
9.2000	0.0000	22.8051	0.0000
9.4000	0.0000	23.7093	0.0000
9.6000	0.0000	24.6797	0.0000
9.8000	0.0000	25.7192	0.0000
10.0000	0.0000	26.8309	0.0000

Waktu (detik)	Error y	gammaY	Error y %
0.2000	0.0000	4.0000	0.0000
0.4000	0.0000	5.0014	0.0000
0.6000	0.0000	6.0061	0.0000
0.8000	0.0000	7.0152	0.0000
1.0000	0.0000	8.0295	0.0000
1.2000	0.0000	9.0502	0.0000
1.4000	0.0000	10.0781	0.0000
1.6000	0.0000	11.1142	0.0000
1.8000	0.0000	12.1595	0.0000
2.0000	0.0000	13.2150	0.0000
2.2000	0.0000	14.2816	0.0000
2.4000	0.0000	15.3603	0.0000
2.6000	0.0000	16.4521	0.0000
2.8000	0.0000	17.5579	0.0000
3.0000	0.0000	18.6787	0.0000
3.2000	0.0000	19.8155	0.0000

3.4000	0.0000	20.9692	0.0000
3.6000	0.0000	22.1408	0.0000
3.8000	0.0000	23.3313	0.0000
4.0000	0.0000	24.5417	0.0000
4.2000	0.0000	25.7729	0.0000
4.4000	0.0000	27.0259	0.0000
4.6000	0.0000	28.3017	0.0000
4.8000	0.0000	29.6012	0.0000
5.0000	0.0000	30.9254	0.0000
5.2000	0.0000	32.2753	0.0000
5.4000	0.0000	33.6518	0.0000
5.6000	0.0000	35.0559	0.0000
5.8000	0.0000	36.4886	0.0000
6.0000	0.0000	37.9509	0.0000
6.2000	0.0000	39.4436	0.0000
6.4000	0.0000	40.9679	0.0000
6.6000	0.0000	42.5246	0.0000
6.8000	0.0000	44.1148	0.0000
7.0000	0.0000	45.7394	0.0000
7.2000	0.0000	47.3993	0.0000
7.4000	0.0000	49.0956	0.0000
7.6000	0.0000	50.8291	0.0000
7.8000	0.0000	52.6010	0.0000
8.0000	0.0000	54.4121	0.0000
8.2000	0.0000	56.2634	0.0000
8.4000	0.0000	58.1559	0.0000
8.6000	0.0000	60.0906	0.0000
8.8000	0.0000	62.0684	0.0000
9.0000	0.0000	64.0903	0.0000
9.2000	0.0000	66.1573	0.0000
9.4000	0.0000	68.2703	0.0000
9.6000	0.0000	70.4303	0.0000
9.8000	0.0000	72.6383	0.0000
10.0000	0.0000	74.8952	0.0000



Gambar 4.15 : Tracking lintasan oleh tiga pesawat

Dari hasil simulasi 1 dan 2 menunjukkan bahwa tracking pesawat leader dalam melintasi lintasan yang diinginkan cukup baik. Dalam waktu 10 detik dengan pengambilan iterasi

sebanyak 25 telah terjadi error meskipun sangat kecil. Namun ketika pengambilan iterasi diperbanyak sampai 50 errornya bisa lebih dioptimalkan. Hal ini menunjukkan bahwa metode tracking error dynamics cukup efektif dalam melakukan tracking suatu lintasan.

❖ Simulasi 3

Pada simulasi 3 dilakukan simulasi tracking pesawat yang berperan sebagai leader dan lintasan yang diinginkan, bentuk lintasan sama dengan simulasi sebelumnya yaitu

$$\gamma_x(t) = \frac{3}{49}t^3 - \frac{25}{29}t^2 + 5t + 3$$

$$\gamma_y(t) = \frac{2}{99}t^3 - \frac{15}{500}t^2 + 5t + 4$$

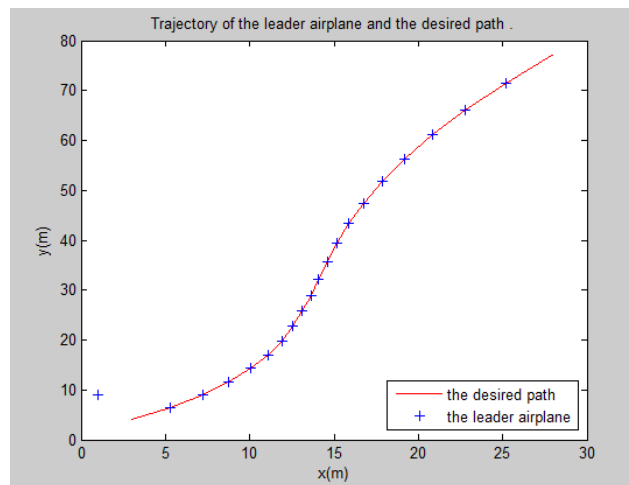
namun dengan posisi awal leader diluar lintasan. Berikut parameter yang dipakai ,

$$x(0) = 1 \qquad y(0) = 9 \qquad a = 5$$

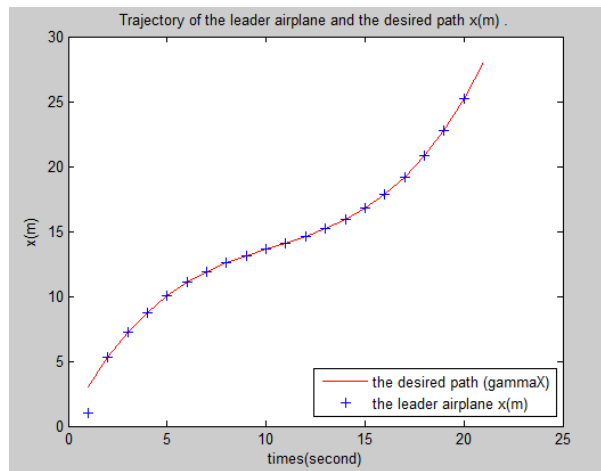
$$t = 0:dt:10; \qquad dt = 0.5; \qquad b = 4$$

$$c = 5$$

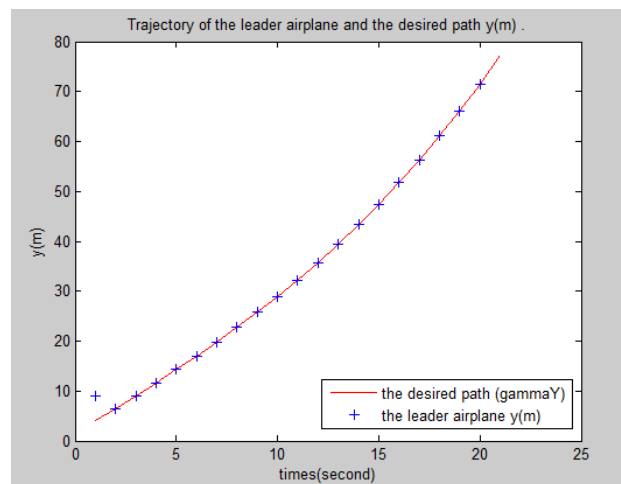
Hasil tracking pesawat yang berperan sebagai leader dengan lintasan yang diinginkan sebagai berikut,



Gambar 4.16 : Tracking pesawat yang berperan sebagai *leader* dengan Lintasan yang diinginkan dengan posisi awal leader diluar lintasan

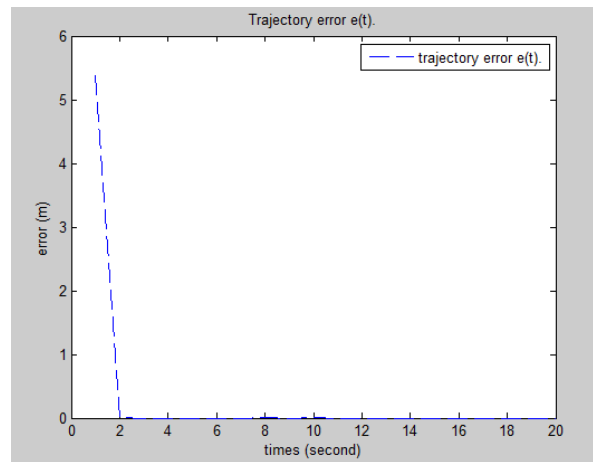


Gambar 4.17 : Tracking pesawat yang berperan sebagai *leader* x(m) dengan Lintasan yang diinginkan (gammaX) dengan posisi awal leader diluar lintasan

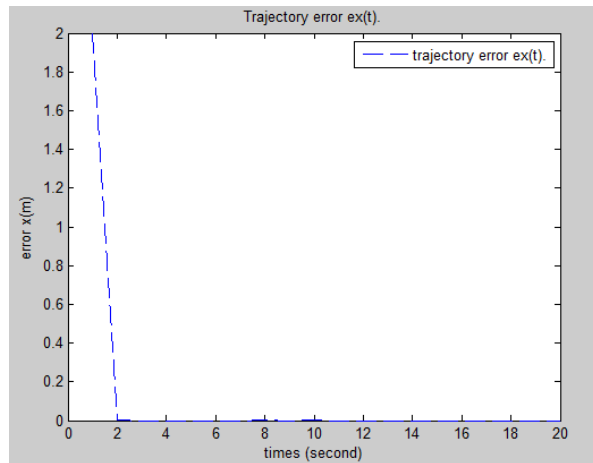


Gambar 4.18 : Tracking pesawat yang berperan sebagai *leader* y(m) dengan Lintasan yang diinginkan (gammaY) dengan posisi awal leader diluar lintasan

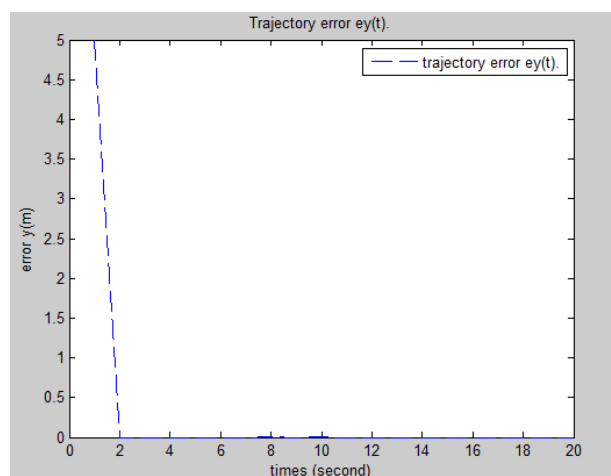
Dari hasil simulasi bisa dilihat bahwa tracking pesawat yang berperan sebagai leader awalnya memang diluar lintasan, namun pada detik ke-5 tracking pesawat sudah bisa berada pada lintasan yang diinginkan.



Gambar 4.19: Error lintasan antara tracking pesawat yang berperan sebagai leader dengan lintasan yang diinginkan.



Gambar 4.20: Error lintasan antara tracking pesawat yang berperan sebagai leader $x(m)$ dengan lintasan yang diinginkan (γ_x).



Gambar 4.21: Error lintasan antara tracking pesawat yang berperan sebagai leader $y(m)$ dengan lintasan yang diinginkan (γ_y).

No	gammaX	x	Error x
1	3.0000	1.0000	2.0000
2	5.2921	5.2921	0.0000
3	7.1992	7.1992	0.0000
4	8.7670	8.7670	0.0000
5	10.0415	10.0415	0.0000
6	11.0687	11.0687	0.0000
7	11.8944	11.8944	0.0000
8	12.5647	12.5647	0.0000
9	13.1253	13.1253	0.0000
10	13.6222	13.6222	0.0000
11	14.1013	14.1013	0.0000
12	14.6086	14.6086	0.0000
13	15.1900	15.1900	0.0000
14	15.8914	15.8914	0.0000
15	16.7586	16.7586	0.0000
16	17.8377	17.8377	0.0000
17	19.1745	19.1745	0.0000
18	20.8150	20.8150	0.0000
19	22.8051	22.8051	0.0000
20	25.1906	25.1906	0.0000

$$\begin{aligned}
 \text{Mean Percentage Error (MPE}_x) &= \frac{\sum \text{error } x_i}{n} \\
 &= \frac{2}{20} \\
 &= 0.1
 \end{aligned}$$

No	gammaY	y	Error y
1	4.0000	9.0000	5.0000
2	6.5100	6.5100	0.0000
3	9.0502	9.0502	0.0000
4	11.6357	11.6357	0.0000
5	14.2816	14.2816	0.0000
6	17.0032	17.0032	0.0000
7	19.8155	19.8155	0.0000
8	22.7337	22.7337	0.0000
9	25.7729	25.7729	0.0000
10	28.9484	28.9484	0.0000
11	32.2753	32.2753	0.0000
12	35.7686	35.7686	0.0000
13	39.4436	39.4436	0.0000
14	43.3155	43.3155	0.0000
15	47.3993	47.3993	0.0000
16	51.7102	51.7102	0.0000
17	56.2634	56.2634	0.0000
18	61.0741	61.0741	0.0000
19	66.1573	66.1573	0.0000
20	71.5282	71.5282	0.0000

$$\begin{aligned}\text{Mean Percentage Error (MPEy)} &= \frac{\sum \text{error } y_i}{n} \\ &= \frac{5}{20} \\ &= 0.25\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Sehingga didapat Mean Percentage Error (MPE)} &= \sqrt{\text{MPE}_x^2 + \text{MPE}_y^2} \\ &= \sqrt{0.1^2 + 0.25^2} \\ &= \sqrt{0.01 + 0.625} \\ &= \sqrt{0.635} \\ &= 0.2693 \\ &= 26,93 \%\end{aligned}$$

untuk perhitungan nilai errornya sebagai berikut,

$$\text{error} = \sqrt{\text{error}_x^2 + \text{error}_y^2}$$

waktu (detik)	error
0.5000	5.3852
1.0000	0.0000
1.5000	0.0000
2.0000	0.0000
2.5000	0.0000
3.0000	0.0000
3.5000	0.0000
4.0000	0.0000
4.5000	0.0000
5.0000	0.0000
5.5000	0.0000
6.0000	0.0000
6.5000	0.0000
7.0000	0.0000
7.5000	0.0000
8.0000	0.0000
8.5000	0.0000
9.0000	0.0000
9.5000	0.0000
10.0000	0.0000

Error dalam bentuk persen dirumuskan dengan :

$$\text{errorx \%} = \frac{\text{error x}}{\text{gammaX}} \times 100\%$$

$$\text{error y \%} = \frac{\text{error y}}{\text{gammaY}} \times 100\%$$

Waktu (detik)	Error x	gammaX	Error x %
0.5000	2.0000	3.0000	0.6667
1.0000	0.0000	5.2921	0.0000
1.5000	0.0000	7.1992	0.0000
2.0000	0.0000	8.7670	0.0000
2.5000	0.0000	10.0415	0.0000
3.0000	0.0000	11.0687	0.0000
3.5000	0.0000	11.8944	0.0000
4.0000	0.0000	12.5647	0.0000
4.5000	0.0000	13.1253	0.0000
5.0000	0.0000	13.6222	0.0000
5.5000	0.0000	14.1013	0.0000
6.0000	0.0000	14.6086	0.0000
6.5000	0.0000	15.1900	0.0000
7.0000	0.0000	15.8914	0.0000
7.5000	0.0000	16.7586	0.0000
8.0000	0.0000	17.8377	0.0000
8.5000	0.0000	19.1745	0.0000
9.0000	0.0000	20.8150	0.0000
9.5000	0.0000	22.8051	0.0000
10.0000	0.0000	25.1906	0.0000

Waktu (detik)	Error y	gammaY	Error y %
0.5000	5.0000	4.0000	1.2500
1.0000	0.0000	6.5100	0.0000
1.5000	0.0000	9.0502	0.0000
2.0000	0.0000	11.6357	0.0000
2.5000	0.0000	14.2816	0.0000
3.0000	0.0000	17.0032	0.0000
3.5000	0.0000	19.8155	0.0000
4.0000	0.0000	22.7337	0.0000
4.5000	0.0000	25.7729	0.0000
5.0000	0.0000	28.9484	0.0000
5.5000	0.0000	32.2753	0.0000
6.0000	0.0000	35.7686	0.0000
6.5000	0.0000	39.4436	0.0000
7.0000	0.0000	43.3155	0.0000
7.5000	0.0000	47.3993	0.0000
8.0000	0.0000	51.7102	0.0000
8.5000	0.0000	56.2634	0.0000
9.0000	0.0000	61.0741	0.0000
9.5000	0.0000	66.1573	0.0000
10.0000	0.0000	71.5282	0.0000

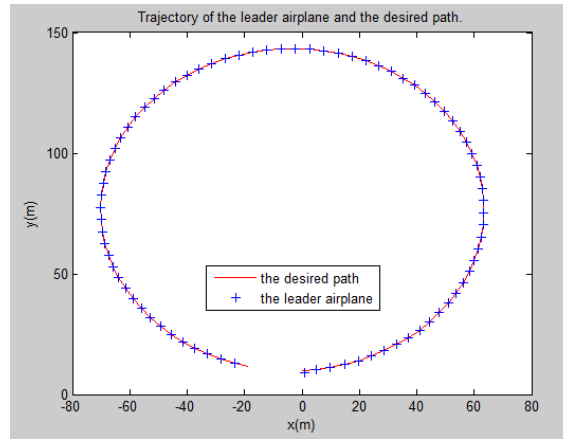
❖ Simulasi 4

Lintasan yang diinginkan untuk tracking pesawat leader selama 40 detik dengan iterasi sebanyak 100 adalah sebagai berikut,

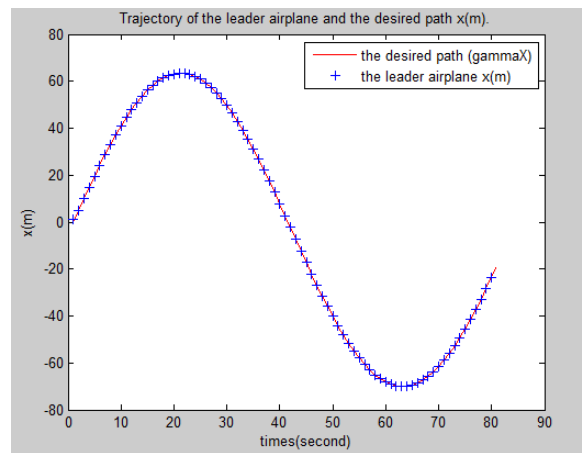
$$\gamma_x(t) = \frac{10}{3} \cos 0.15 t + \frac{200}{3} \sin t - \frac{10}{3}$$

$$\gamma_y(t) = \frac{10}{3} \sin 0.15 t - \frac{200}{3} \cos 0.15 t + \frac{230}{3}$$

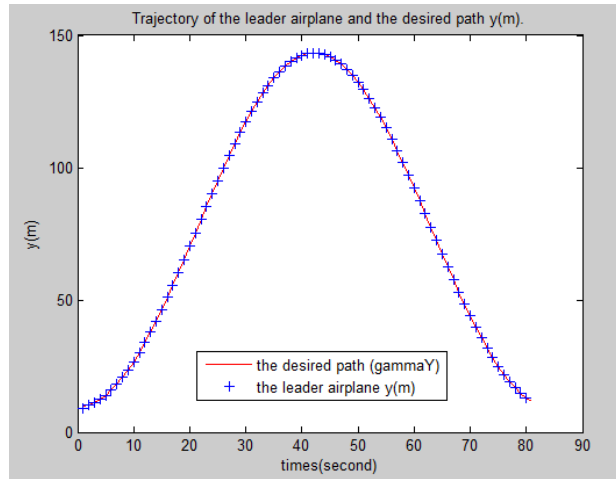
Untuk sistem dinamik yang digunakan untuk tracking lintasan pada pesawat tetap sama dengan simulasi sebelumnya baik pada pesawat yang berperan sebagai leader maupun follower 1 dan follower 2. Hasil tracking pesawat yang berperan sebagai leader dan lintasan yang diinginkan sebagai berikut.



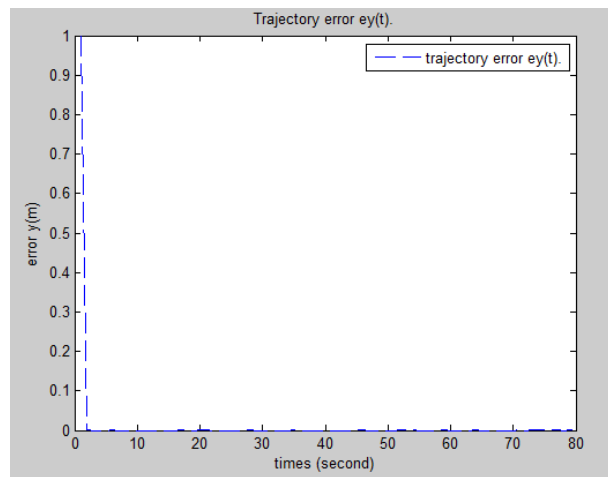
Gambar 4.22 : Tracking pesawat yang berperan sebagai *leader* dengan Lintasan yang diinginkan.



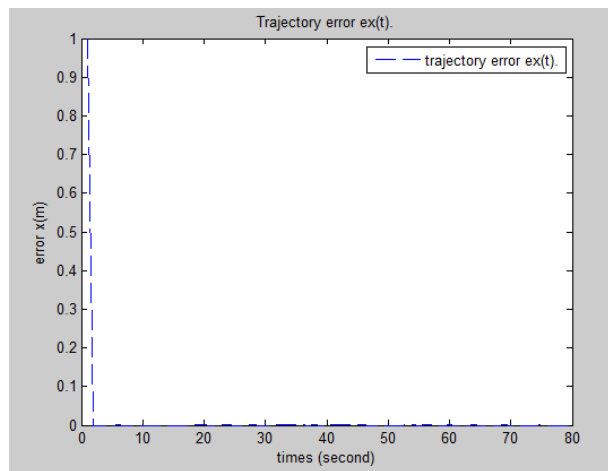
Gambar 4.23 : Tracking pesawat yang berperan sebagai *leader* x(m) dengan Lintasan yang diinginkan (gammaX).



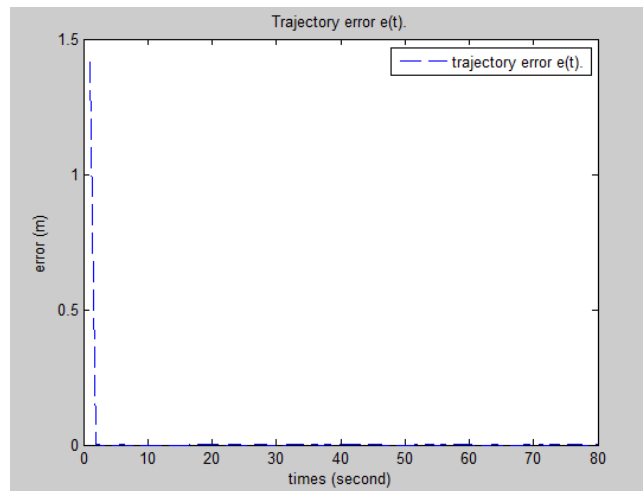
Gambar 4.24 : Tracking pesawat yang berperan sebagai *leader* y(m) dengan Lintasan yang diinginkan (gammaY).



Gambar 4.25: Error lintasan antara tracking pesawat yang berperan sebagai leader y(m) dengan lintasan yang diinginkan (gammaY).



Gambar 4.26: Error lintasan antara tracking pesawat yang berperan sebagai leader x(m) dengan lintasan yang diinginkan (gammaX).



Gambar 4.27: Error lintasan antara tracking pesawat yang berperan sebagai leader (x, y) dengan lintasan yang diinginkan (γ_X , γ_Y).

Dari hasil simulasi diatas terlihat bahwa terdapat error namun sangat kecil. Error pada simulasi 4 lebih besar dari pada lintasan sebelumnya, hal ini dikarenakan bentuk lintasan yang cukup sulit dan untuk melakukan tracking pesawat membutuhkan manuver yang cukup besar.

Selanjutnya akan dilakukan simulasi formasi tiga pesawat dimana satu pesawat berperan sebagai *leader* dan dua pesawat lain sebagai *follower*.

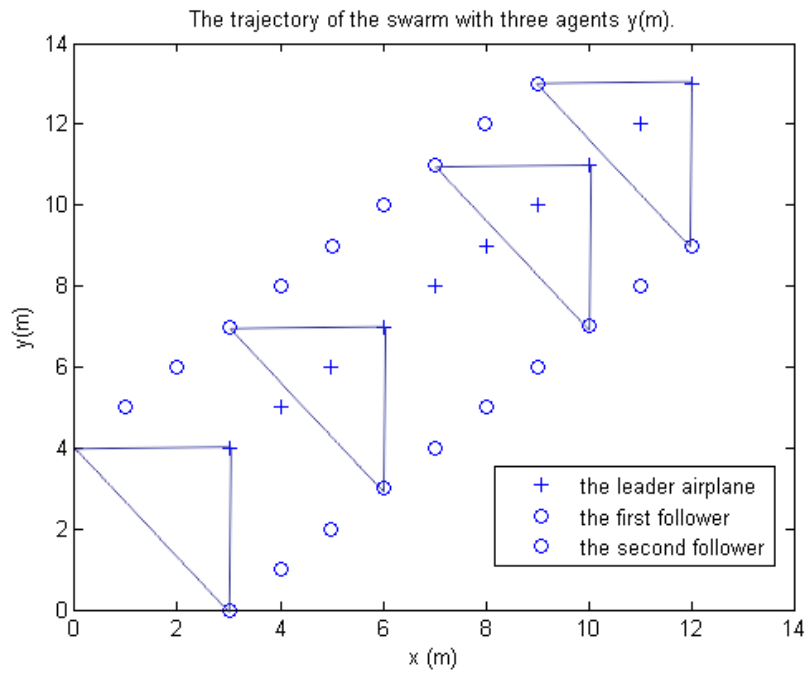
❖ Simulasi 5

Lintasan untuk tracking pesawat yang berperan sebagai leader dan dua pesawat lain yang berperan sebagai follower selama 10 detik

$$\gamma_x(t) = t + 3$$

$$\gamma_y(t) = t + 4$$

Posisi awal leader (3,4), posisi follower pertama (3,0), dan posisi follower kedua (0,4). Berikut hasil simulasinya.



Dari hasil simulasi diatas terlihat formasi tiga pesawat dimana satu pesawat sebagai leader dan dua pesawat lain sebagai follower membentuk formasi segitiga dan dalam lintasan yang lurus mampu mempertahankan formasi tersebut hingga akhir.

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari desain kontrol pesawat yang berperan sebagai leader dan desain kontrol dua pesawat lain yang berperan sebagai follower serta simulasi tracking pesawat terhadap lintasan yang diinginkan dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Desain kontrol tracking pesawat yang berperan sebagai leader dengan menggunakan metode *tracking error dynamics* melalui langkah –langkah sebagai berikut:
 - a. Menentukan posisi awal pesawat leader didepan dua pesawat lain yang berperan sebagai follower dengan jarak tertentu.
 - b. Mencari nilai dari u_1, v_1 dan w_1 sebagai kontrol pada pesawat yang berperan sebagai leader dalam melakukan tracking.
 - c. Substitusi nilai u_1, v_1 dan w_1 ke dalam sistem dinamik pesawat yang berperan sebagai leader dalam melakukan tracking lintasan yang diinginkan.
2. Desain kontrol tracking pesawat yang berperan sebagai follower dengan pendekatan geometri melalui langkah –langkah sebagai berikut:
 - a. Menentukan posisi awal pesawat yang berperan sebagai follower, baik pada follower $ke - 1$ maupun $ke - 2$ dengan ketentuan posisi antara follower $ke - 1$ dan follower $ke - 2$ tidak boleh sama.
 - b. Mengatur jarak tertentu antara pesawat yang berperan sebagai leader dengan follower 1 dan follower 2.
 - c. Mencari nilai dari u_2, v_2 dan w_2 sebagai kontrol pada pesawat yang berperan sebagai follower $ke - 1$ dan nilai dari u_3, v_3 dan w_3 sebagai kontrol pada pesawat yang berperan sebagai follower $ke - 2$
 - d. Substitusi nilai dari u_2, v_2 dan w_2 ke dalam sistem dinamik pesawat yang berperan sebagai follower $ke - 1$ serta u_3, v_3 dan w_3 ke dalam sistem dinamik pesawat yang berperan sebagai follower $ke - 2$ dalam melakukan tracking lintasan agar lintasan pesawat yang berperan sebagai follower mengikuti lintasan pesawat yang berperan sebagai leader dengan jarak tertentu.

5.2 Saran

Dalam penelitian tesis ini telah dilakukan desain kontrol pesawat yang berperan sebagai leader dengan menggunakan metode tracking error dynamics dan juga desain kontrol pesawat yang berperan sebagai follower dengan menggunakan metode pendekatan geometri dan mendapatkan hasil yang cukup optimal namun dalam mempertahankan formasi belum cukup baik. Dalam penelitian selanjutnya bisa digunakan metode lain seperti PMP atau learning control dan dalam lintasannya diberikan sebuah halangan yang sifatnya permanen sehingga kontrol tracking tidak hanya pada lintasan saja namun juga harus menghindari halangan tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

- Miswanto, I. Pranoto, J. Naiborhu, S. Achmadi :Formation Control of Multiple Dubin's Car System with Geometric Approach, *IOSR Journal of Mathematics (IOSRJM)* ,Volume 1, Issue (july-Aug 2012),PP 16-20, (2012).
- Randal W. Beard, Timothy W. McLain "Implementing Dubins Airplane Paths on Fixed-wing UAVs",Brigham Young University ,Provo, UT 84602, (2013).
- A. Behal, D.M. Dawson, B. Xian. and P.Setlur :Adaptive tracking control of underactuated Surface Vessels,*Proceedings of the IEEE International Conference on Control Application* Mexico City,Mexico, (2001).
- A.P Aguir and J.P. Hespanha :Position Tracking of underactuated Vehicles,*Proceedings of the American control Conference* Denver,Colorado, (2003) 1988-1993.
- C.Y.Tzeng and J.F. Chen : Fundamental Properties of Linear Ship Steering dynamic models, *Journal of Marine Science and Technology*, 1999, Vol. 7, No. 2, pp. 79-88.
- D.Wang and G.Xu :Full state tracking and internal Dynamics of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots,*Proceedings of the American control Conference* Chicago,Illinois, (2000) 3274-3278.
- Miswanto,I. Pranoto, and H.Muhammad "A model of swarm movement with the presence of a leader,Proceeding of the International Conference on mathematics and natural Sciences,pp.740-742,ITB, Bandung, (2006).
- H.Shi, L.Wang, and T.Chu "Swarming Behavior of Multi Agent Systems",*J. Control Theory and Applications* Vol.2 No. 4,pp 313-318, (2004).
- THOR I. FOSSEN "Mathematical Models for Control of Aircraft and Satellites",Professor of Guidance, Navigation and Control. January (2011),2nd edition
- Miswanto,I. Pranoto, H.Muhammad, D. Mahayana "The COntrol Design of Ship Formation with the presence of a Leader ",*International Journal of Robotics and Automation (IJRA)* vol.4, No.1 March 2015, pp.53-62
- Ahmad Z. A., Subchan "Navigasi dan Kendali Pada Pesawat Udara Nir Awak (PUNA) untuk Menghindari Halangan ",*Limits* Vol. 14, No. 1, Mei 2017, 73-87

BIOGRAFI PENULIS



Penulis bernama Asmianto, lahir di Jombang, 20 Januari 1994, merupakan anak kedua dari pasangan bapak Paino dan ibu Surat Minah. Penulis menempuh pendidikan formal di SDN Sumbernongko 1 Ngusikan jombang, SMPN I Ngusikan Jombang dan SMAN I Ploso Jombang. Setelah lulus dari SMA penulis melanjutkan studi S1 Jurusan Matematika di Institut Teknologi Sepuluh Nopember atau yang lebih dikenal dengan ITS pada tahun 2012-2016, dengan Tugas Akhir bidang Matematika terapan. penulis bercita-cita melanjutkan impian yang belum tercapai, oleh karena itu penulis melanjutkan studi S2 Jurusan Matematika di ITS pada tahun 2016 dengan Tesis pada bidang matematika terapan, dan alhamdulillah lulus pada tahun 2018. Jika ada saran dan kritik terkait penelitian tesis ini bisa disampaikan melalui alamat email penulis: asmianto57@gmail.com.